

Ciencia Nicolaita 87

ISSN: 2007-7068



Universidad
Michoacana
de San Nicolás
de Hidalgo

Determinación de la rugosidad de discontinuidades en roca a través del método de fotogrametría

Determination of the roughness discontinuities of rock through photogrammetry method

José E. Arreygue Rocha,^{1*} Marsella G. Rodríguez Servín² y Carlos Chávez Negrete¹

Para citar este artículo: Arreygue Rocha José E., Rodríguez Servín Marsella G. y Chávez Negrete Carlos, 2023. Determinación de la rugosidad de discontinuidades en roca a través del método de fotogrametría. Ciencia Nicolaita no. 87, 88-98. DOI: <https://doi.org/10.35830/cn.vi87.657>



Historial del artículo:

Recibido: 26 de mayo de 2022
Aceptado: 8 de octubre de 2022
Publicado en línea: abril de 2023



Ver material suplementario



Correspondencia de autor: eleazar.arreygue@umich.mx



Términos y condiciones de uso: <https://www.cic.cn.umich.mx/cn/about/privacy>



Envíe su manuscrito a esta revista: <https://www.cic.cn.umich.mx/cn/about/submissions>



Determinación de la rugosidad de discontinuidades en roca a través del método de fotogrametría

Determination of the roughness discontinuities of rock through photogrammetry method

José E. Arreygue Rocha,^{1*} Marsella G. Rodríguez Servín² y Carlos Chávez Negrete¹

¹Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Facultad de Ingeniería Civil

²Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Maestría en Infraestructura del Transporte en la rama de las Vías Terrestres

Resumen

Los cortes carreteros y los túneles son obras civiles que cuando se construyen en roca la revisión de su estabilidad resulta compleja, por lo que se deben realizar estudios a detalle. Estas obras están condicionadas por el comportamiento del macizo rocoso, donde intervienen las discontinuidades y su rugosidad, factores que determinan la resistencia al corte del macizo rocoso.

Para este trabajo se emplearon núcleos de roca que corresponden a un sondeo geotécnico de 100 m de profundidad de una zona del “Ramal Camelinás” de la ciudad de Morelia, Michoacán. En este se utilizó la técnica de la fotogrametría, la cual es novedosa y de bajo costo, lo que permitió conocer con precisión el área de contacto de la superficie que se utiliza para la determinación de los esfuerzos normales. Asimismo, se consideraron once especímenes, mientras que sus áreas de contacto calculadas están en el rango de 17.62 a 43.68 cm². El esfuerzo normal que se obtuvo está en los rangos de 1.77 a 9.56 kg/cm². También se valoró el coeficiente de rugosidad de las discontinuidades, obteniéndose una topografía a escala milimétrica de cada perfil.

Palabras clave: esfuerzo cortante, macizo rocoso, modelo 3D, perfil, rugosidad.

Abstract

Cutting slopes and tunnels are examples of civil engineering structures whose stability assessment is complex when built-in rock, so in-depth studies must be undertaken. These structures are conditioned by the behavior of the rock mass, where discontinuities and their roughness play a critical role in determining the shear strength.

For this study, rock cores corresponding to a 100 m deep geotechnical survey at a zone known as “Ramal Camelinás” in the city of Morelia were used. A novel and low-cost technique based on photogrammetry was implemented, which allows obtaining more accurate contact areas of the surface to be used in the determination of the normal efforts.

Eleven specimens were considered for this study with calculated contact areas ranging from 17.62 to 43.68 cm². Moreover, the normal stress obtained ranges from 1.77 to 9.56 kg/cm². Finally, the roughness coefficient of the discontinuities was also assessed, obtaining a millimeter-scale topography of each profile.

Keywords: shear stress, rock mass, 3D model, profile, roughness

Introducción

El esfuerzo cortante en discontinuidades es un parámetro importante para muchos proyectos de ingeniería de rocas, el cual requiere la determinación de parámetros fundamentales de fricción junto con la caracterización y cuantificación de factores geológicos (Hencher & Richards, 2014). El término discontinuidad se refiere a cualquier fractura mecánica en un macizo rocoso con una resistencia a la tensión insignificante; las discontinuidades pueden ser de origen geológico (fallas, estratificación, esquistosidad, foliaciones) o de origen antropogénico (fracturas inducidas por explosiones, inducidas por estrés o inducidas hidráulicamente) (Muralha *et al.*, 2014).

La determinación del esfuerzo cortante ha sido un tema debatido y estudiado en diversas investigaciones, proponiendo criterios empíricos, tales son los estudios de Barton (1973, 1976, 1977), Grasselli & Egger (2003) y Xia *et al.* (2014), quienes han llegado a proponer criterios mediante la caracterización de las discontinuidades y el ensayo de corte directo, que es uno de los métodos de mayor aceptación para la obtención de los parámetros de esfuerzo cortante.

En esta etapa de la investigación se realizó la caracterización de las discontinuidades en modelos de tercera dimensión (3D), considerando que existen técnicas modernas en las que con equipos de uso cotidiano se facilita la medición y caracterización de objetos en 3D. Dicha caracterización se realizó elaborando modelos en 3D de cada uno de los especímenes de roca, obteniendo coeficientes de rugosidad conjunta (JRC, por sus siglas en inglés), área de contacto y esfuerzos normales a los que van a estar sometidas cada una de las muestras de roca durante el proceso de ejecución de la prueba de corte directo. Para ello, en esta etapa se caracterizaron once muestras de discontinuidades naturales tomadas de un sondeo geotécnico con recuperación de núcleos de roca ignimbrita, tomadas de la

construcción de un túnel en la ciudad de Morelia, Michoacán.

Metodología aplicada

En este apartado se presenta la secuencia que se eligió para lograr el objetivo del presente trabajo, considerando los factores necesarios para definir las condiciones de las pruebas de laboratorio, así como el área de contacto de las discontinuidades y el coeficiente de rugosidad de las paredes de las discontinuidades, parámetros que tienen influencia en el esfuerzo cortante.

Densidad y absorción

La densidad se define como la masa por unidad de volumen. Partiendo de esta definición, se aplicó la norma ASTM C127-04, método de prueba estándar para la densidad, densidad relativa (gravedad específica) y la absorción, así como la ASTM D4543-0e1. El procedimiento de estos ensayos tuvo como propósito determinar la densidad y la absorción para establecer sus parámetros básicos en la caracterización de los especímenes que depende fuertemente de su composición mineralógica y porosidad.

Discontinuidades en las superficies de núcleos

La identificación de las discontinuidades implicó la determinación del área de contacto y la rugosidad de las paredes de las discontinuidades. Dichas características permitieron definir el esfuerzo normal a la que estuvo sometida la muestra de roca en la naturaleza, así como relacionar la influencia de la rugosidad en el esfuerzo cortante.

El reconocimiento de las discontinuidades en núcleos de roca se hizo a través de la observación (tarea que requiere una clara visualización y conocimiento del comportamiento de la roca), considerando que se pueden presentar dos tipos de discontinuidades: natural e inducida (provocada por la rotación del barrenado al momento de la perforación), por lo que se

debe tener cuidado al momento de elegir las discontinuidades reales de aquellas que no lo son, ya que es muy fácil confundirse.

Área de contacto

En la actualidad, la obtención de modelos en 3D se emplean para analizar y cuantificar adecuadamente sólidos tridimensionales que pueden generarse mediante fotogrametría, la cual consiste en generar un modelo 3D a partir de una serie de fotografías en 2D. Sin embargo, tanto la ISRM (2014) como investigaciones de otros autores como Grasselli & Egger (2002) y Grasselli (2006), mencionan que la tecnología actual permite definir claramente parámetros como la rugosidad o el JRC de las paredes de la discontinuidad.

El área de contacto también puede obtenerse mediante métodos gráficos convencionales; sin embargo, al ser un método en 2D no se contempla la rugosidad de la superficie, dando generalmente valores menores de área de contacto. Otra forma de obtener el área de contacto es utilizando la ecuación citada en la norma ASTM D 5607 (Ecuación 1):

$$A = (\pi * D^2) / 4 \text{ Cos } \theta \quad \text{Ec. 1}$$

Dónde D = diámetro de la muestra y θ = ángulo de la punta.

La ecuación no es de gran utilidad, ya que generalmente las discontinuidades se encuentran incompletas, pero el ángulo de la punta se mantiene constante, por lo que se sobreestima el área, además, tampoco se considera la rugosidad de la superficie.

Coefficiente de rugosidad

A continuación se describe la manera de obtener el grado de aspereza de las paredes de la discontinuidad o valor del JRC, aplicando la norma ASTM-D5607, donde se indica la forma de obtener el valor de la rugosidad a través del peine de Barton y la escala de rugosidad adecuada. Por otra parte, la CFE (2017) y la ISRM (2004), igualmente mencionan que se puede emplear el método convencional de Barton (1997), pero dando la recomendación del empleo de métodos de no-contacto o 3D (escáner, láser, fotogrametría, entre otros), dado el avance tecnológico actual.

Barton (1973, 1977) y Barton & Choubey (1976) propusieron un JRC y una expresión que relaciona el

esfuerzo cortante con el esfuerzo normal, la resistencia a la compresión simple de la discontinuidad (JCS), el ángulo de fricción básico (ϕ_b) y el JRC a través de la Ecuación 2:

$$\tau_r = \sigma_n \tan (\phi_b + JRC \log_{10}(JCS/\sigma_n)) \quad \text{Ec. 2}$$

Esta es una de las ecuaciones empíricas más utilizadas en la actualidad para la estimación de la resistencia al corte de las discontinuidades en roca. El método más conocido es el de Barton (1977); sin embargo, la obtención del JRC sigue siendo un parámetro derivado por medios visuales que deja incertidumbre.

Comparando el perfil obtenido con el peine de Barton y cotejado con una escala de Barton de 10 rugosidades, el valor de su coeficiente oscila en el rango de 0 a 20 (Figura 1).

Esfuerzo normal

La resistencia al corte es directamente proporcional a la presión normal o sobrecarga, por lo que, cuanto mayor sea la carga normal, mayor será la resistencia requerida. Considerando lo anterior, el esfuerzo normal se refiere al esfuerzo máximo que se puede aplicar axialmente a un espécimen durante la ejecución de cualquier prueba (CFE, 2017). En este aspecto, y conociendo el área de contacto de cada espécimen, se calcularon los esfuerzos normales mediante la Ecuación 3:

$$\sigma_n = P/A \quad \text{Ec. 3}$$

Donde P = carga en kgf por el sistema internacional de unidades y A = área de contacto en cm^2

Resultados

Densidad

Esta propiedad se llevó a cabo de acuerdo con lo establecido en la norma correspondiente. Para ello, en primer lugar, se definieron los diferentes cambios litológicos y se elaboró el perfil litológico, lo que facilitó el ensayo, así como el poder determinar la densidad de la roca. Hasta los primeros 60 m aproximadamente, el rango de valores calculados está entre 1.50 y 2.14 gr/cm^3 , después de los 60 m los valores dismi

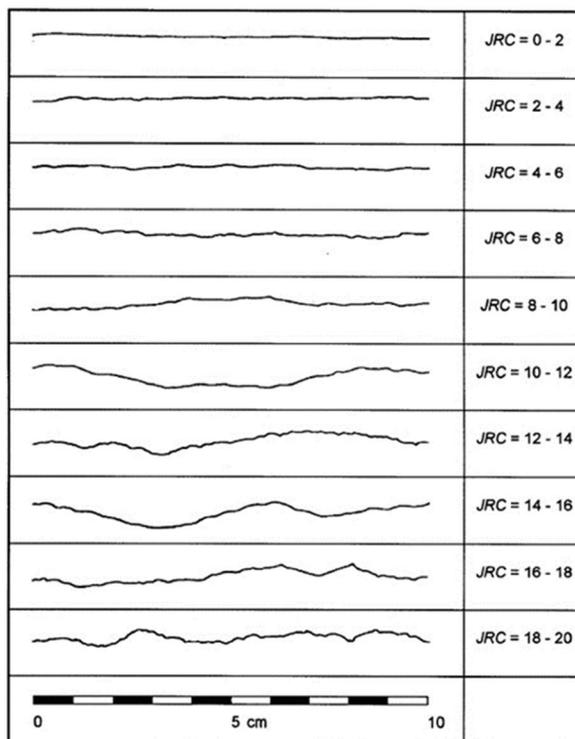


Figura 1. Perfiles del coeficiente de rugosidad (JRC) propuestos por Barton (1977).

nuyen hasta un rango de 1.38 a 1.99 gr/cm³. En la Figura 2a se aprecia la variación con respecto a la profundidad. Los valores más bajos de densidad se encuentran en los primeros metros y en los últimos, mientras que los valores más altos pertenecen a las profundidades entre los 10 y 60 m (Luz, 2019).

En la Figura 2b se muestra la variación de la absorción en porcentaje, considerando la profundidad. Para los primeros 75 m, los valores están entre un rango de 3% y 11%, después de dicha profundidad los valores aumentan considerablemente hasta un rango de 22% (Luz, 2019).

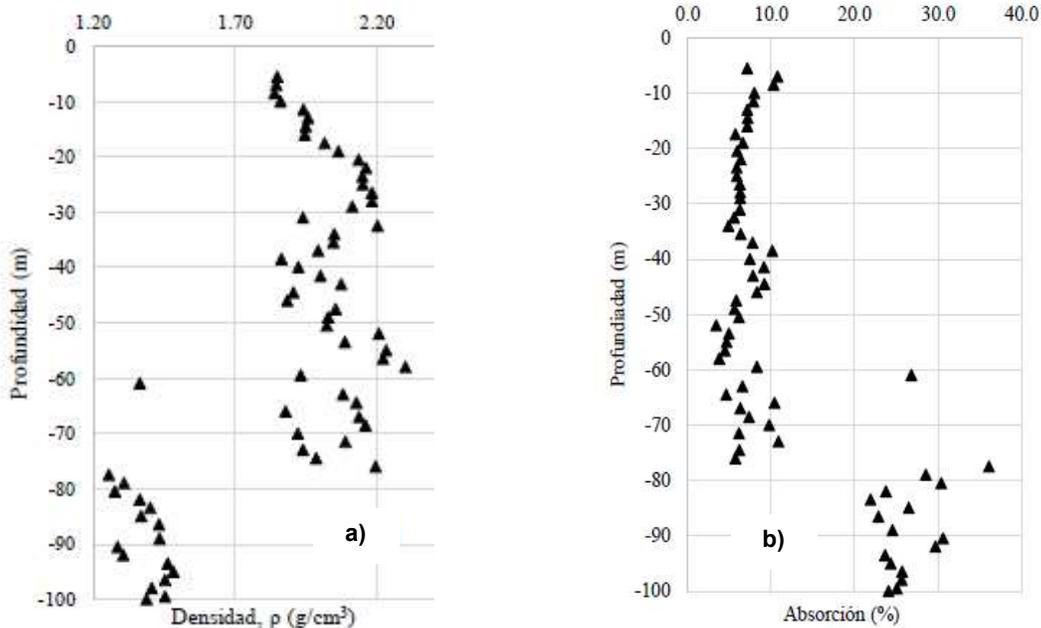


Figura 2. Variación de los valores de la densidad en a) y de la absorción en b), de acuerdo con la profundidad (Luz, 2019).

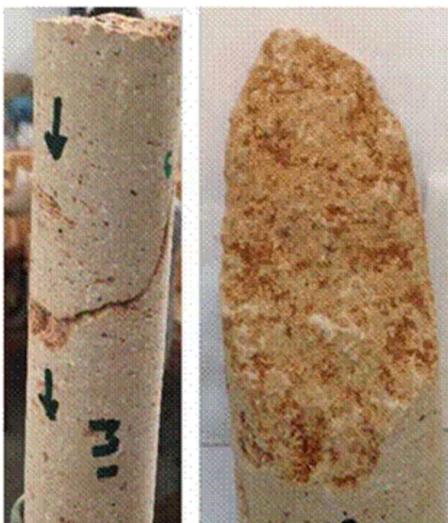


Figura 3. Identificación de muestras con discontinuidades (izquierda) y rugosidad (derecha). Autoría propia.



Figura 4. Esquema de discontinuidades naturales. Autoría propia.

a 36%. Los valores más altos de absorción se presentan en los últimos metros de la profundidad excavada.

Discontinuidades en la superficie de núcleos de roca

La caracterización de las discontinuidades se hizo para un sondeo geotécnico con longitud de 100 m de roca ignimbrita. A través de la técnica de observación se identificaron las discontinuidades naturales a lo largo de todo el sondeo, las cuales tenían pequeñas incrustaciones de material de relleno y cierta presencia de oxidación (Figura 3). Cada muestra fue identificada con una etiqueta, señalando el número de muestra, su profundidad y se marcó con flechas el sentido en que se produce el corte.

Generalmente, las discontinuidades naturales presentan irregularidades en cuanto a su forma, a diferencia de las discontinuidades inducidas, que pueden ser fracturas muy bien definidas, sin forma, e incluso sin rugosidad. En la Figura 4 se observan algunas formas que presentan las discontinuidades naturales.

Debido al tipo de material y al proceso de perforación, hay discontinuidades que llegan a estar incompletas, parcial o totalmente de una o ambas caras, por lo que solamente se obtuvieron once especímenes completos (con ambas caras), con los cuales se procedió a calcular el ángulo de punta de cada discontinuidad (Figura 5). La línea roja muestra la inclinación de la discontinuidad y la línea en blanco la horizontal, con estas dos referencias se procedió a realizar el cálculo a través de un transportador.

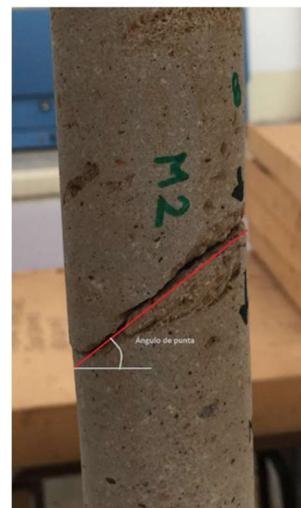


Figura 5. Cálculo del ángulo de punta de la discontinuidad. Autoría propia.

En la Tabla 1 se muestra la clave del espécimen, la profundidad, la longitud de la discontinuidad y el ángulo de punta; además, se aprecia que las muestras solo corresponden a los primeros cincuenta metros, ya que el resto fue descartado por no cumplir con los requerimientos (no naturales, no completas, entre otras).

Área de contacto

Para calcular el área de contacto se utilizó la Ecuación 1, donde se hizo un dibujo de cada discontinuidad que abarcara toda su área (de ambas caras), después

Tabla 1
Identificación de discontinuidades naturales. Autoría propia.

Muestra	Profundidad (m)	Longitud (cm)	Ángulo de punta (°)
M1	9.53	8.16	65
M2	10.90	5.50	44
M3	14.76	4.99	24
M4	15.55	4.87	22
M5	17.82	5.00	9
M6	20.19	4.84	7
M7	19.52	5.38	31
M8	24.55	6.68	50
M9	26.94	6.00	41
M10	35.25	8.49	73
M11	46.56	5.02	63

en cada imagen se trazó una retícula en papel milimétrico para poder cuantificar su valor.

La segunda técnica se enfocó en tomar una serie de fotografías alrededor de la muestra en diferentes ángulos, de tal forma que abarcara todo el espécimen; posteriormente, se procesaron las imágenes en un software especializado (en este caso se empleó PhotoScan). Por el tamaño de los especímenes, es muy complicado utilizar coordenadas para referenciar el modelo, por lo que, previo a la toma de la fotografía, se marcaron dos puntos con separación de un centímetro entre ellos, lo que permitió utilizarlo como referencia para facilitar su proceso (Figura 6). Al aplicar el software se hizo el siguiente proceso: a) Orientación de la fotografía; b) Creación de una nube de puntos densos; c) Creación de una malla y modelo en 3D; y d) Ubicación de referencias y longitud entre puntos.

Para la medición del área se delimitó la superficie de la discontinuidad y, mediante la opción “Medir área”, se calculó el área de la malla delimitada en centímetros cuadrados. Enseguida se obtuvo el perfil de

rugosidad a través de: a) Cambio de la longitud entre puntos para escalar el modelo y se usó el software CivilCad; b) Se generó un modelo digital de elevación con curvas de nivel (Figura 7), teniendo una mayor precisión; c) Se exportó en formato *.dxf para utilizarlo en AutoCad; y d) Dada la amplitud de la escala para visualizar mucho mejor los detalles de la rugosidad, se empleó el software CivilCad y su módulo de Altimetría para trazar los perfiles de rugosidad, en sentido longitudinal y transversal.

El modelo consideró la obtención de una malla y de un área de contacto. En la Figura 8 se presentan imágenes de una de las discontinuidades obtenidas: en la Figura 8 (izq.) se muestra la digitalización de un espécimen en 3D con el empleo de la fotogrametría donde se utilizaron dos puntos con una separación de 1 cm entre ellos, con el objeto de dimensionar el modelo. Adicionalmente, se aplicó un teselado para darle mayor detalle al modelo, logrando mostrar bordes y

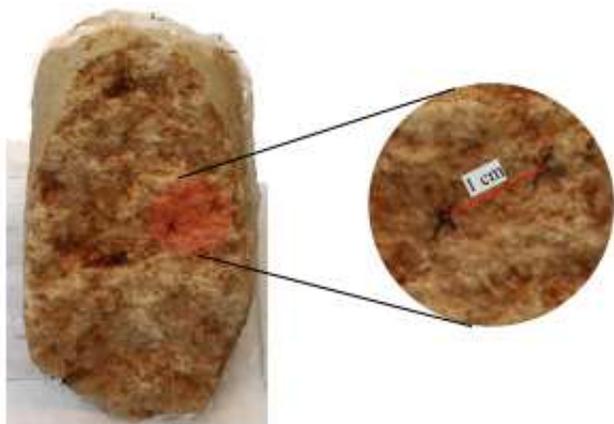


Figura 6. Fotografía con la referencia de 1 cm de separación en una discontinuidad. Autoría propia.

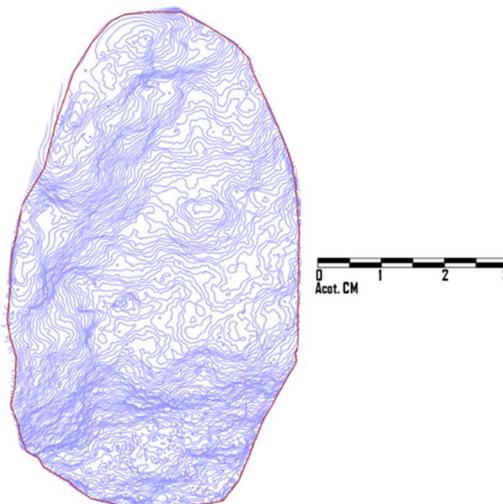


Figura 7. Contornos del modelo y curvas de nivel. Autoría propia.

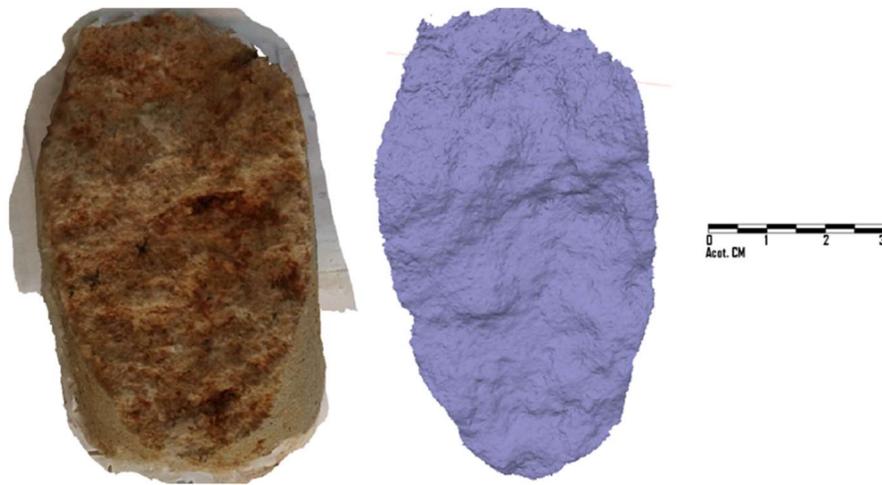


Figura 8. Modelo en 3D (izquierda) y mallado de la superficie (derecha). Autoría propia

curvas sobresalientes, esto con la finalidad de definir claramente el perímetro o superficie de contacto. Por otra parte, en la Figura 8 (der.) se muestra el mallado únicamente de la superficie de contacto, y al tener características geométricas en cada nodo de la malla, el programa permitió medir el área de contacto que considera el relieve rugoso de la muestra, obteniendo su coeficiente de rugosidad.

Al tener dos resultados del área de contacto por cada muestra (la obtenida con la norma ASTM D 5607 y del modelo digital fotogramétrico), fue preciso determinar qué área utilizar. De acuerdo con la norma, es importante considerar que cuando la discontinuidad está completa, se toma el área mayor, mientras que en caso contrario se tomará el área menor, debido a que es el área que estará en contacto durante el proceso de la prueba de corte. En la Tabla 2 se muestran las áreas de las discontinuidades obtenidas para cada espécimen (son las áreas mayores aplicando el método fotogramétrico).

El área de contacto permitió obtener el esfuerzo normal al que se sometió la muestra al momento de realizar la prueba.

Coefficiente de rugosidad

Aunque el método del peine de Barton (1977) es el más aceptado en la práctica, a lo largo de los años se han propuesto nuevas técnicas que tratan de escanear los perfiles en 3D, tal como lo sugiere la ISRM (2014) y otros trabajos (Ecuación 2). Con fines de aprovechar los modelos generados en 3D de este trabajo, también se obtuvo el JRC en sentido transversal y longitudinal. De esta manera, se recabaron los perfiles de rugosidad para cada muestra utilizando el método fotogramétrico y el convencional (peine de Barton). En la Figura 9 se muestran los valores del coeficiente de rugosidad promedio de los especímenes en estudio. Cabe mencionar que se cuidó que las discontinuidades estuvieran completas, así como una longi-

Tabla 2
Área de contacto obtenida para cada espécimen (cm²).

Muestra	Área
M1	32.99
M2	26.71
M3	20.60
M4	20.46
M5	20.69
M6	21.44
M7	21.84
M8	25.58
M9	25.68
M10	43.68
M11	17.62

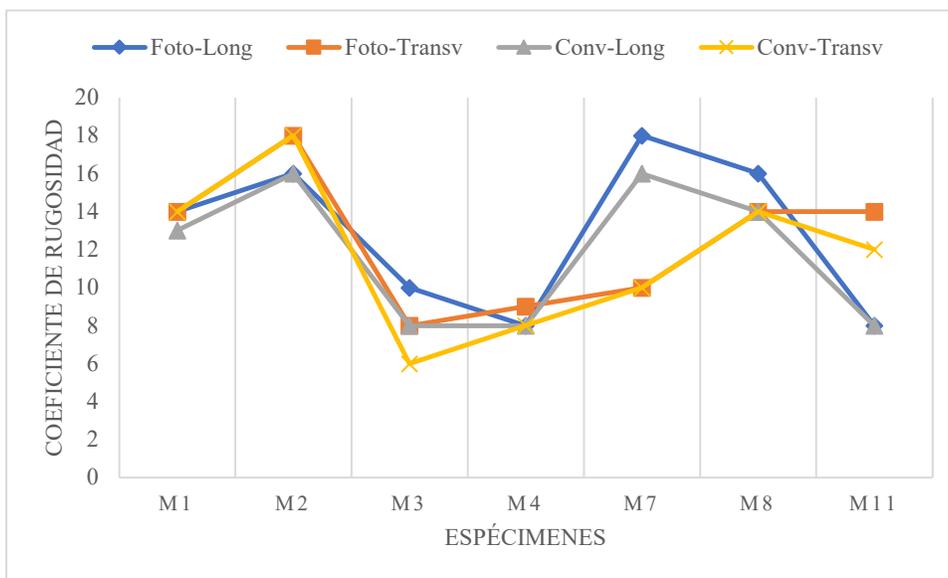


Figura 9. Valores de la rugosidad (JRC) de cada espécimen empleando las dos metodologías. Descripción de la leyenda: Foto-Long, Fotogrametría Longitudinal; Foto-Transv, Fotogrametría Transversal; Conv-Long, Convencional Longitudinal y Conv-Transv, Convencional Transversal. Autoría propia.

tud considerable, por lo que se descartaron las muestras 5, 6, 9 y 10 por tener una longitud demasiado corta, lo que afectaría la realización de la prueba de corte directo.

Como se aprecia en la Figura 9, los valores de la rugosidad de los especímenes M3 y M4, aplicando los dos métodos (Ecuación 2 y el peine de Barton), son bajos, lo que indica que estas rugosidades tienen poca aspereza y tienden a ser lisas. Para la muestra M7, las rugosidades transversales por los dos métodos tienen los valores de una rugosidad poco áspera o casi lisa. En cambio, la muestra M11 tiene valores bajos que son de rugosidades casi lisas, además coinciden los valores de los dos métodos en la rugosidad longitudinal.

Por otra parte, en la Figura 10 se muestra el ejemplo de perfiles con los dos métodos empleados, observándose que el grado de detalle que proporciona el método fotogramétrico es de mayor precisión con respecto al método convencional, lo cual permite tener una mayor certeza del valor, así como una mejor apreciación del cambio de la rugosidad.

Esfuerzo normal

Para conocer el esfuerzo normal que se aplicaría a cada espécimen, se utilizó la Ecuación 3. Los resultados se muestran en la Tabla 3, donde se aprecia la carga normal y los esfuerzos que se aplicaron en las etapas consecutivas de esta investigación. Igualmente, se presentan los valores de la densidad, apreciando que en los primeros quince metros el material es más frágil (roca más débil), como se observó en la Figura 2. No ocurre lo mismo después de los veinte metros de profundidad, donde se muestran valores más altos que indican que la roca tiene mejores condiciones (más sana) y menos porosidad.

En la misma tabla se observan los valores de la carga y del esfuerzo normal, lo que demuestra que a mayor profundidad existe mayor densidad, por ende, mayor carga para la ruptura y como resultado mayor resistencia al esfuerzo.

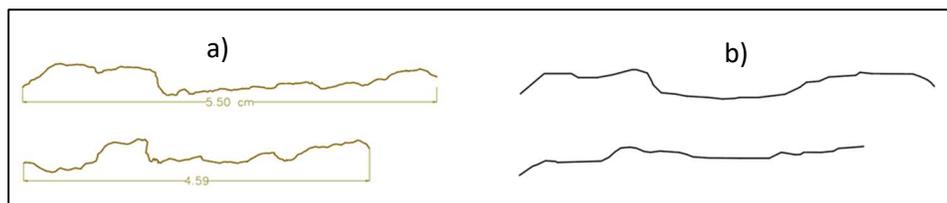


Figura 10. Comparación de perfiles: a) método fotogramétrico; b) método convencional. Autoría propia.



Tabla 3
Esfuerzos y cargas normales (kg/cm^2). Autoría propia.

Muestra	Profundidad (m)	Área (cm^2)	Densidad (g/cm^3)	P (kg)	σ_n (kg/cm^2)
M1	9.53	32.99	1.82	58.47	1.77
M2	10.90	26.71	1.94	56.50	2.12
M3	14.76	20.60	1.95	59.15	2.87
M4	15.55	20.46	1.95	61.90	3.03
M5	17.82	20.69	2.06	76.06	3.68
M6	20.19	21.44	2.14	79.49	4.31
M7	19.92	21.84	2.14	92.89	4.25
M8	24.55	25.58	2.15	135.00	5.28
M9	26.94	25.68	2.18	150.92	5.00
M10	35.25	43.68	2.05	314.94	7.21
M11	46.56	17.62	2.05	168.50	9.56

Discusión de resultados

Como ya se mencionó, los parámetros de los esfuerzos cortantes en rocas son de suma importancia para el diseño de cualquier obra civil. Sin embargo, su obtención y análisis requiere de un gran trabajo preliminar para proporcionar a la prueba de resistencia y al esfuerzo cortante, las condiciones más apegadas a lo real, con el objeto de definir los parámetros con menor grado de incertidumbre. En seguida se mencionan los aspectos principales de este trabajo:

- Los resultados que se obtuvieron de la densidad y de la absorción, permitieron observar que la roca a una profundidad de 60 m presenta una densidad con rangos de 1.50 a 2.14 gr/cm^3 ; en cambio, los valores de la absorción están entre 3% y 11%. Después de dicha profundidad los valores para la densidad disminuyen a un rango de 1.38 a 1.99 gr/cm^3 ; sin embargo, para la absorción aumentan considerablemente hasta un rango de 22% a 36%.
- En la etapa de selección de las discontinuidades se logró diferenciar entre las discontinuidades naturales y los fracturamientos inducidos por el proceso de la perforación.
- Se logró ubicar once discontinuidades de roca en un sondeo de 100 m de profundidad con la técnica de la observación, etiquetando cada discontinuidad con su longitud, ángulo de punta y profundidad correspondiente.
- Para obtener el área de contacto se aplicó la técnica de la fotogrametría, permitiendo tener modelos en 3D a partir de métodos gráficos convencionales como las fotografías en 2D.

Asimismo, se logró conocer el área de contacto a través de la aplicación de fórmulas. Para este estudio se consideraron once muestras y sus áreas oscilaron en el rango de 17.62 a 43.68 cm^2 .

- Se calculó la rugosidad de cada discontinuidad a través del método de Barton (1977) que también es visual (peine de Barton), así como la valoración del coeficiente de rugosidad en las discontinuidades, el cual se obtuvo de una gráfica propuesta por el mismo autor. Con ese resultado se aplicó un modelo en 3D que arrojó una topografía a escala milimétrica de cada perfil de rugosidad.
- Se calculó el esfuerzo normal de los once especímenes en el laboratorio, obteniéndose un rango entre 1.77 y 9.56 kg/cm^2 .

Conclusiones

Los resultados con el método de fotogrametría resultaron sumamente aceptables en comparación con el teórico de Barton, pero ayudaron o potencializaron la investigación a detalle de la misma rugosidad.

Referencias

- ASTM C127-04, Standard Test Method for Density, Relative Density (Specific Gravity), and Absorption of Coarse Aggregate.
- ASTM D4543-08e1, 2017, Preparing Rock Core as Cylindrical Test Specimens and Verifying Conformance to Dimensional and Shape Tolerances. West Conshohocken, PA: ASTM International.

- ASTM D5607-16, Standard Test Method Performing Laboratory Direct Shear Strength Tests of Rock Specimens Under Constant Normal Force.
- Barton, N. and Choubey, V., 1976, The shear strength of rock and rock joints: *Int. Rock Mech. Min. Sci and Geomech. Abstr.*, 13(9), 255-279.
[https://doi.org/10.1016/0148-9062\(76\)90003-6](https://doi.org/10.1016/0148-9062(76)90003-6)
- Barton, N., 1973, Review of a new shear-strength criterion for rock joints: *Engineering geology*, 7(4), 287-332.
[https://doi.org/10.1016/0013-7952\(73\)90013-6](https://doi.org/10.1016/0013-7952(73)90013-6)
- Barton, V.C., 1977, The shear strength of rock joints in theory and practice: *Springer-Verlag*, 10, 1-54.
<https://doi.org/10.1007/BF01261801>
- Comisión Federal de Electricidad (CFE), 2017, Pruebas de laboratorio de mecánica de rocas. Manual de diseño de obras civiles: *México, CFE*.
- Grasselli, G. and Egger, P., 2002, Constitutive law for the shear strength of rock joints based on three-dimensional surface parameter: *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 40(1), 25-40.
[https://doi.org/10.1016/S1365-1609\(02\)00101-6](https://doi.org/10.1016/S1365-1609(02)00101-6)
- Grasselli, G. and Egger, P., 2003, Constitutive law for the shear strength of rock joints based on three-dimensional surface parameters: *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 40(1), 25-40.
[https://doi.org/10.1016/S1365-1609\(02\)00101-6](https://doi.org/10.1016/S1365-1609(02)00101-6)
- Grasselli, G., 2006, Shear Strength of Rock Joints Based on Quantified Surface Description: *Springer-Verlag*, 1-20.
- Hencher, S. and Richards, L.R., 2014, Assessing the shear strength of rock discontinuities at laboratory and field scales: *Springer-Verlag*, 48, 883-905.
<https://doi.org/10.1007/s00603-014-0633-6>
- Luz Martínez, J.C., 2019, Determinación del deterioro de núcleos de ignimbritas a través de ensayos en laboratorio: Tesis de Maestría, *Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo*.
- Muralha, J., Grasselli, G., Tatone, B., Blümel, M., Chryssanthakis, P. and Yujing, J., 2014, ISRM suggested method for laboratory determination of the shear strength of rock joints: revised version: *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 47(1), 291-302.
<https://doi.org/10.1007/s00603-013-0519-z>
- Xia, C.C., Tang, Z.C., Xiao, W.M. and Song, Y.L., 2014, New peak shear strength criterion of rock joints based on quantified surface description: *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 47(2), 387-400.
<https://doi.org/10.1007/s00603-013-0395-6>