

M **odelo de histéresis de proximidad L²P modificado**

C. Pérez Rojas¹, R. Cortés González², S. García Martínez¹

¹Facultad de Ingeniería Eléctrica, UMSNH, ²Enel Green Power México

Resumen

Para los estudios eléctricos es indispensable analizar el comportamiento de las máquinas eléctricas en los sistemas de potencia. Para ello se realizan simplificaciones con lo que se obtienen modelos lineales, logrando un análisis simple y computacionalmente rápido, sin embargo el resultado es un acercamiento a la respuesta del sistema real. El ciclo de histéresis es el fenómeno más interesante en los análisis de las máquinas eléctricas, principal responsable de la no linealidad en el núcleo ferromagnético de las máquinas.

Este artículo se centra en la propuesta de un modelo que describe el ciclo de histéresis de manera sencilla, con el objetivo de incluirlo en los modelos de las máquinas eléctricas. Tomando esto como referencia se analiza un modelo algebraico conocido como L²P. El modelo sólo requiere cuatro parámetros, dos de ellos se obtienen por la curva experimental y los otros dos mediante métodos de optimización. El modelo original es insuficiente para la representación de ciclos de histéresis reportados en la literatura de máquinas eléctricas, por lo que se realizan dos aportaciones importantes: un método sencillo para adquirir los parámetros directamente por inspección del ciclo experimental de histéresis y la introducción de una modificación al modelo para la representación de ciclos de histéresis reales.

El modelo L²P con sus respectivas modificaciones, se puede incluir en cualquier problema de ingeniería que requiera de la consideración del fenómeno de histéresis.

Palabras clave: Saturación, ciclo de histéresis, modelo algebraico, modelos no lineales.

Abstract

For electrical studies, it is essential to analyze the behavior of electrical machines in power systems. In order to have a correct analysis, it is necessary to make some simplifications that lead to obtain linear models, gaining a simple and computationally fast analysis. However, the result is an approximation to the response of the real system. The hysteresis cycle is the most interesting phenomenon in the analysis of electrical machines, mainly responsible for the non-linearity in the ferromagnetic core of machines.

This paper focuses on the proposal of a model that describes the hysteresis cycle in a simple way with the aim of including it in models of electrical machines, taking it into account, an algebraic model known as L²P is considered. This model only requires four parameters, two of them are obtained by the experimental curve and the other two parameters are obtained by optimization methods. The original model is not enough for representation of hysteresis cycles that have been reported in the literature about electrical machines. Therefore, two important contributions are made: A simple method to acquire the parameters directly by inspection of the experimental hysteresis cycle and the introduction of a modification to the original model for the representation of real hysteresis cycles.

The L²P model with its respective modifications can be included in any engineering problem that requires the consideration of the hysteresis phenomenon.

Keywords: Saturation, hysteresis cycle, algebraic model, nonlinear models

I. Introducción

El término de histéresis surge en 1890, a propuesta del científico James Alfred Ewing al estudiar el magnetismo y sus efectos en los materiales ferromagnéticos (Broadhurst, 2015). La histéresis es el fenómeno no lineal por el cual el estado de un material depende de su historia previa y se presenta un efecto de retraso en la causa que lo produce; posteriormente el estudio de la no linealidad en el núcleo de las máquinas eléctricas fue tema de interés. Algunos de los primeros trabajos que analizan los efectos que produce la no linealidad, lo asocian directamente con la producción de distorsiones en las señales eléctricas y a partir de este punto se

intentó modelar este fenómeno. En 1935 se obtiene uno de los modelos de histéresis más utilizados en la investigación, desarrollado por Ferenc Preisach (De Blas *et al.*, 2004; Borges *et al.*, 2020 y Mazgaj *et al.*, 2018). En el modelo clásico sólo requiere un parámetro, sin embargo los métodos de obtención no resultan sencillos además de no ser válidos para algunos materiales suaves (de Blas *et al.*, 2004).

En 1984 los investigadores Jiles y Atherton, proponen un modelo para el ciclo de histéresis con la idea del balance energético por lo cual desarrollaron un conjunto de ecuaciones diferenciales para su representación. La solución del modelo de Jiles-Atherton para las curvas externas arroja valores muy cercanos a los medidos pero De Blas (2004) menciona la extensión del modelo para los ciclos menores resultando ecuaciones complicadas. También menciona la dificultad para obtener las curvas de primera inducción necesaria para los parámetros del modelo. Por su parte Calle *et al.* (2006) destaca la dificultad de obtener los parámetros, ya que resultan estar relacionados unos con otros, por lo que al tener una ligera variación puede llegarse a tener cambios significativos.

En 2003 surge el modelo de L²P o Limiting Loop Proximity Hysteresis Model, propuesto en De Almeida *et al.* (2003). Este es un modelo algebraico para describir el fenómeno de histéresis en materiales ferromagnéticos. El modelo surge a partir de experimentos realizados por los autores, que concluyen que existe un ciclo principal o ciclo límite en la curva de histéresis y que pueden existir ciclos internos, que aparecen por una excitación de amplitud más baja o incluso por una previa desmagnetización del material. Por la simplicidad del modelo se han desarrollado investigaciones enfocadas a los materiales ferromagnéticos que han arrojado buenos resultados (Nascimento *et al.*, 2004 y Abdalla *et al.*, 2015). Una ventaja de este modelo es que únicamente se requieren cuatro parámetros, de los cuales dos se obtienen directamente del ciclo de histéresis experimental y los dos restantes en forma heurística. Además sólo necesita una baja carga computacional por ser un modelo algebraico.

A partir de los modelos de histéresis se han realizado estudios para conocer el efecto de la no linealidad en las máquinas eléctricas. Para el caso del transformador, por ejemplo, el modelo de Jiles-Atherton es uno de los más utilizados, en (Annakkage *et al.*, 2000) se utiliza este método en el análisis de transformadores monofásicos, pero se enfoca en los resultados del transformador sin ahondar en la aplicación del método de Jiles-Atherton, sin embargo, (Deželak *et al.*, 2013) resalta

la dificultad y el costo computacional que resulta al incorporar el modelo de Jiles-Atherton en el análisis de un transformador.

El obtener modelos a detalle de elementos de potencia eléctrica, ha logrado despertar el interés de muchos investigadores, surgiendo modelos de muy básicos a modelos más complejos (Chen *et al.*, 2016). La mayoría realizan la introducción de la no linealidad con modelos de saturación y no con la incorporación de un modelo apropiado de histéresis. Tinoco (2012) presenta un modelo magnético del transformador para el análisis de fallas incipientes además de incluir la no linealidad del núcleo laminado, a través de distintas pruebas obtiene el ciclo de histéresis en cada pierna del transformador, ya con el ciclo de histéresis realiza una aproximación con el uso de la función arcotangente (Pérez-Rojas, 2000), arrojando valores muy cercanos a los medidos.

De aquí la importancia de tener un modelo simple y eficiente, tanto numérica como computacionalmente del fenómeno de histéresis, como el que aquí se describe. Su aplicación es directa al caso de máquinas eléctricas, no obstante, su utilización se extiende a cualquier área de ingeniería.

II. Modelo del ciclo de histéresis

Experimentalmente se conoce el comportamiento del ciclo de histéresis, el cual se compone de una curva ascendente y una curva descendente separadas por cierta anchura. La magnetización (M) se satura para valores elevados positivos o negativos de la intensidad de campo (H) (De Almeida *et al.*, 2003 y Borges *et al.*, 2020); sin embargo, existen características diferentes para cada tipo de materiales ferromagnéticos. En Vacuumschmelze (2012) se realiza una clasificación de los diferentes ciclos de histéresis que pueden presentarse en los materiales ferromagnéticos. A continuación se presenta la clasificación de los ciclos de histéresis:

Ciclo redondo: Materiales en los que se presenta una magnetización remanente distinta a la saturación $\frac{M_r}{M_s} \approx 50\%$, donde M_r y M_s , son la magnetización remanente y magnetización de saturación, respectivamente. Se utiliza en aplicaciones donde se requiera una inductancia máxima bajo una excitación nominal, además de no obtener inductancias o impedancias cercanas a cero en sobre-excitaciones.

Ciclo rectangular: Materiales que se distinguen por presentar una remanencia cercana a la saturación $\frac{M_r}{M_s} \approx 98\%$. Se utiliza en aplicaciones donde se requiera cambios rápidos de inductancia o cambios de impedancia.

Ciclo Plano: Materiales en los que se presenta una baja remanencia para obtener una permeabilidad casi constante. En estos materiales se presenta $\frac{M_r}{M_s} \approx 3\%$.

En la Figura 1, se indican las gráficas de los ciclos redondo, plano y rectangular, ilustrando las diferencias indicadas en la descripción previa.

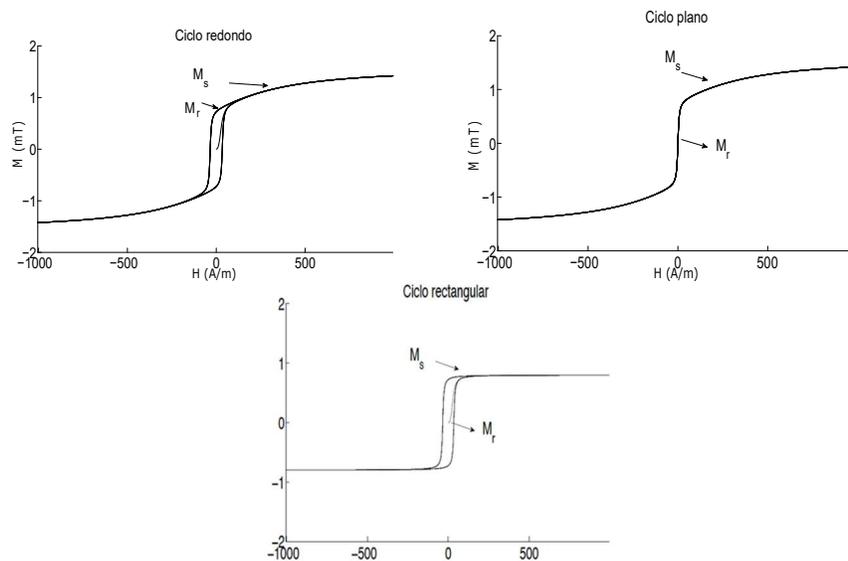


Figura 1. Ciclos de histéresis: Ciclo redondo, Ciclo rectangular y Ciclo plano.

Para Vacuumschmelze (2012) estos son los tres ciclos principales en los materiales ferromagnéticos de forma idealizada. Cabe resaltar que los ciclos redondos son los más comunes en los materiales del núcleo ferromagnético, de acuerdo a Bulte *et al.* (2002), pero también depende de las características físicas del material y se pueden obtener combinaciones de los ciclos por lo que en la realidad se presenta una composición de las tres curvas.

a. Modelo L²P

Con la consideración de los distintos ciclos que aparecen en los materiales, se plantea el modelo de histéresis L²P, que indica que en un material ferromagnético, ante una excitación de intensidad de campo (H), en un tiempo inicial (t_0), se obtendrá una respuesta de M en t_0 , dentro de un ciclo principal. La respuesta depende de los valores de una previa excitación H . Para predecir la respuesta del campo magnético M en el material durante el tiempo $t > t_0$, no es indispensable conocer valores pasados, salvo los valores máximos de la magnetización. La importancia de los valores máximos radica en la propiedad de memoria de retorno y la memoria no local del material, ya que afectan a los próximos valores extremos.

La memoria de retorno se ejemplifica con ayuda de la Figura 2, para la trayectoria que inicia del punto (H_a, M_a) hacia el punto (H_b, M_b) y posteriormente regresa al punto de partida. Para esta trayectoria se obtienen dos puntos de inflexión. De Almeida *et al.* (2003) establece que al ciclarse entre los puntos (H_b, M_b) y (H_a, M_a) el ciclo menor se mueve gradualmente hacia el ciclo de equilibrio o el ciclo principal. La memoria no local se ilustra en la Figura 2 tomando dos trayectorias para llegar al punto (H_d, M_d) , la primera es partiendo de (H_a, M_a) hacia (H_b, M_b) , después a (H_0, M_0) y por último hacia (H_d, M_d) y la segunda consiste en partir de (H_c, M_c) . Ahora del punto de inflexión (H_d, M_d) , pasando por (H_0, M_0) se cierran los inicios de las trayectorias, hacia (H_a, M_a) o hacia (H_c, M_c) , dependiendo de cómo se llegó al estado (H_d, M_d) si desde el punto (H_a, M_a) o (H_c, M_c) . Con las propiedades anteriores se podrá predecir la respuesta con sólo conocer los puntos de inflexión.

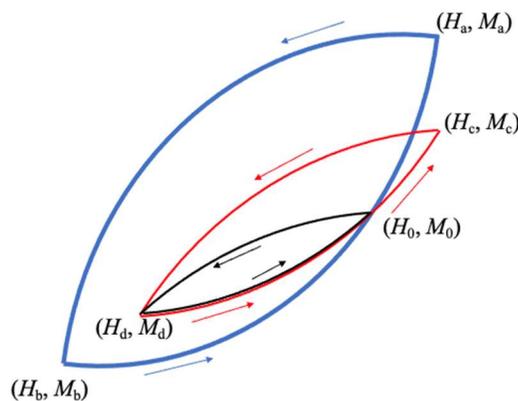


Figura 2. Trayectoria del ciclo de histéresis de la memoria de retorno y memoria no local

Los ciclos internos que en ocasiones se presentan son por una excitación de amplitud más baja, distinta a la que se tenía previamente o por una previa desmagnetización del material. Estos ciclos internos son parecidos a una sigmoide de acuerdo con Merino (2015) y Mazgaj *et al.* (2018), en máquinas eléctricas pueden aparecer por alguna falla o distorsión armónica del sistema.

Otro punto destacado es la interpretación cuando se parte de $(H = 0, M = 0)$, este caso en especial se conoce como curva virgen de magnetización donde $\frac{dM}{dH}$ inicial no necesariamente es cero. Partiendo de las propiedades anteriores el modelo L²P se compone por dos partes: el ciclo principal y los ciclos internos.

Ciclo principal

El ciclo principal en (de Almeida *et al.*, 2003 y Borges *et al.*, 2020), se representa por (1).

$$M = F_L(H) \triangleq \frac{2M_S}{\pi} \operatorname{arccotan} \left(\frac{H - \delta_H H_C}{h_0} \right) \quad (1)$$

Donde:

- M_S Magnetización de saturación
- H_C Campo coercitivo
- h_0 Constante propia del material
- δ_H Operador unitario
- $F_L(H)$ Función de magnetización

Las constantes M_S y H_C se obtienen por inspección de la curva de histéresis propuesta para su aproximación. El operador δ_H toma dos valores: $\delta_H = 1$ si la excitación H se encuentra en la parte ascendente y $\delta_H = -1$ si H se encuentra en la parte descendente de la curva de histéresis. La constante h_0 depende del material ferromagnético y se relaciona con la pendiente de la curva. Para obtener la constante h_0 , se parte de (2).

$$h_0 = \underset{h_0 \in \mathbb{R}}{\operatorname{argmin}} \sum_{H=H_{sat}^-}^{H_{sat}^+} \left(\left(F_L(H, \delta_H = -1) - \widetilde{M}_L \Big|_{\delta_H = -1} \right)^2 + \left(F_L(H, \delta_H = 1) - \widetilde{M}_L \Big|_{\delta_H = 1} \right)^2 \right) \quad (2)$$

Esta ecuación representa un problema de optimización para el ajuste de la curva experimental $\widetilde{M}_L \Big|_{\delta_H = -1}^{H = H_{sat}^+ \dots H_{sat}^-}$, curva descendente de la magnetización que va del valor de excitación máxima positiva (H_{sat}^+), al valor de excitación máxima negativa (H_{sat}^-), con los valores de la curva $F_L(M, \delta_H = -1)$ y la curva $F_L(M, \delta_H = +1)$ con los datos de la curva experimental $\widetilde{M}_L \Big|_{\delta_H = 1}^{H = H_{sat}^- \dots H_{sat}^+}$, curva ascendente de la magnetización que va del valor de excitación máxima negativa (H_{sat}^-), al valor de excitación máxima positiva (H_{sat}^+). Los valores de la curva F_L se obtienen directamente de (1).

Ciclos internos

El comportamiento de los ciclos internos se obtiene partiendo de (1) y con ayuda de la Figura 3 se ejemplifica la obtención de una función apropiada para el comportamiento de los ciclos.

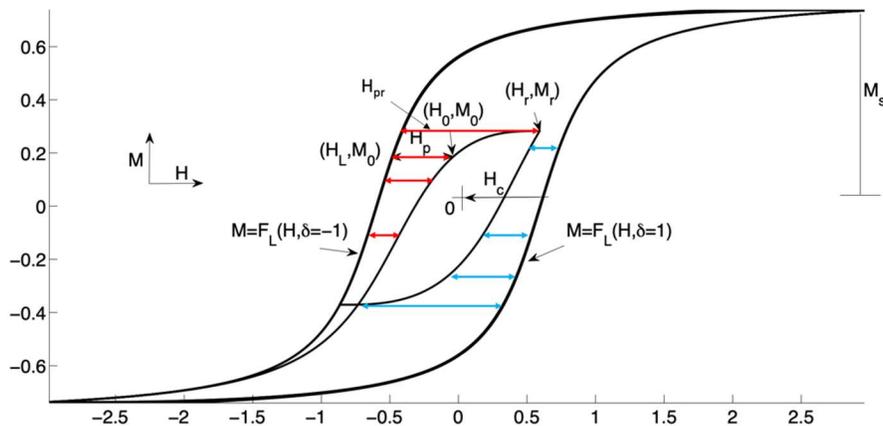


Figura 3. Representación esquemática de los ciclos internos

Para describir los ciclos internos se parte del punto (H_0, M_0) dentro del ciclo principal. Además conociendo la fuerza H_L que se establece como el punto más cercano al ciclo externo, se obtiene la distancia entre estos dos puntos H_p .

$$H_p \triangleq H_L - H_0 \quad (3)$$

El punto H_L se obtiene despejando de (1) para un punto $M_0 = F_L(H_L)$,

$$H_L = h_0 \tan\left(\frac{\pi M_0}{2M_s}\right) + \delta_H H_c \quad (4)$$

Por lo tanto se llegará a

$$H_p = h_0 \tan\left(\frac{\pi M_0}{2M_s}\right) + \delta_H H_c - H_0 \quad (5)$$

Para un punto (H_r, M_r) comienza la curva del punto de inflexión, el campo más cercano correspondiente al ciclo externo se denomina H_{pr} tal como se expresa en (6).

$$H_{pr} = h_0 \tan\left(\frac{\pi M_r}{2M_s}\right) + \delta_H H_c - H_r \quad (6)$$

Se puede observar que la obtención de H_{pr} es idéntico a como se obtuvo H_p , sólo cambiando los subíndices correspondientes, así se puede ver que H_p es la distancia de cualquier punto del ciclo interno al ciclo externo de histéresis, como lo indican las líneas de color a la derecha e izquierda de la Figura 3.

Para establecer la relación de H_p a cualquier punto dentro del ciclo principal (H_r, M_r) , en De Almeida *et al.* (2003) y Borges *et al.* (2020) se propone (7), obtenida a partir de datos experimentales, que establecen la relación con dichos puntos.

$$H_p \triangleq H_{pr} P(x) \quad (7)$$

donde $P(x)$ es cualquier función decreciente con la condición de que $P(0) = 1$, además $x = \frac{H_0 - H_r}{H_{pr}}$. Sustituyendo (5) en (7), se obtiene (8).

$$H_{pr}P(x) = h_0 \tan\left(\frac{\pi M_0}{2M_s}\right) + \delta_H H_c - H_0 \quad (8)$$

La expresión (8) se generaliza para cualquier punto (H, M) expresándose:

$$M(H) = \frac{2M_s}{\pi} \tan\left(\frac{H_{pr}P\left(\frac{H-H_r}{H_{pr}}\right) + H - \delta_H H_c}{H_0}\right) \quad (9)$$

donde los valores H_r , M_r y H_{pr} sólo cambian al invertirse el ciclo. Para la función decreciente De Almeida *et al.* (2003) propone (10) para materiales blandos.

$$P(x) \triangleq \begin{cases} 1 - \sin(\zeta x) & \left| \zeta x < \frac{\pi}{2} \right. \\ 0 & \left. \left| \zeta x > \frac{\pi}{2} \right. \right. \end{cases} \quad (10)$$

Donde ζ es una constante utilizada para ajustar el comportamiento de los ciclos internos y tener la representación real de los mismos lo más fiel posible, de Almeida *et al.* (2003) indica que por experiencia se toma el valor de ζ entre 0.8 y 1, para obtener buenos resultados en la representación de los ciclos internos; cuando su valor es cero se elimina la representación de ciclos internos y permite trabajar el modelo con histéresis o simplemente con saturación. La relación (11) es otra función $P(x)$, que propone De Almeida *et al.*, para material de ferrita *Mnzn 3c15* fabricada por FERROXCUBE.

$$P(x) \triangleq \tanh(\zeta x) \quad (11)$$

Si se desea modelar los ciclos internos con más precisión De Almeida *et al.* (2003) propone obtener ζ partiendo de (12), que también es un problema de optimización.

$$\zeta = \underset{\zeta \in \mathbb{R}}{\operatorname{argmin}} \sum_{H=H_c}^{H_{sat}} \left(M(H, \delta_H = -1) - \widetilde{M}_{FOD} \Big|_{\delta_H = -1} \right)^2 \quad (12)$$

Donde: $\widetilde{M}_{FOD} \Big|_{\delta_H = -1}$ es la curva de primer orden descendiente.

La curva de primer orden (FOD por sus siglas en inglés de First Orden Descending), fue propuesta por Mayergoyz (2003), como parámetro para el modelo de Preisach (De Blas *et al.*, 2004 y Borges *et al.*, 2020). La curva se obtiene partiendo del punto de máxima excitación negativa (H^-), alcanzando el valor máximo negativo de saturación de la magnetización (M^-), después se debe incrementar H hasta un punto de H_i que le corresponda M_i (Dimian y Andrei, 2014). Los puntos (H_i, M_i) son los puntos de partida para la curva experimental FOD, la curva de $M_{FOD}(H)$ se reducirá hasta alcanzar los valores de H^- . La curva FOD se debe ajustar a la curva $M(H)$ de (9) para la misma excitación (de Almeida *et al.*, 2003). En la Figura 4 se representa la curva FOD.

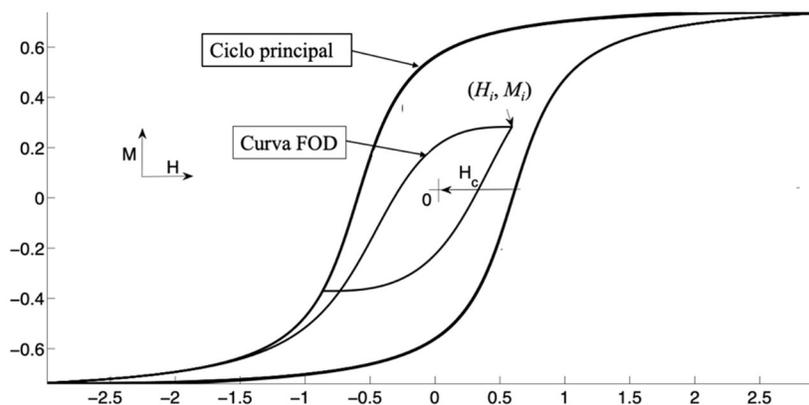


Figura 4. Curva FOD aplicada a la generación de ciclos internos

III. Aportes al modelo L²P

El modelo de histéresis L²P propuesto por de Almeida *et al.* para la representación de histéresis, muestra ventajas claras ante los modelos Jiles-Atherton y Preisach, ya que éstos requieren mayor esfuerzo para la obtención de sus parámetros. Los

cuatro parámetros que requiere el método son M_s , H_c , h_0 y ζ ; respecto al parámetro ζ se toman los valores aquí indicados, M_s y H_c , se obtienen por inspección de la curva que se quiere aproximar, quedando la obtención de h_0 . Aquí es donde se presenta la primera aportación al modelo original y consiste en un método más sencillo para obtener el parámetro h_0 , el método que se describe más adelante sólo requiere conocer dos puntos de la curva experimental y mediante una ecuación algebraica se obtiene el parámetro h_0 , dejando de lado la obtención del parámetro por optimización.

El principal problema del modelo L²P es que no tiene la capacidad de representar ciclos redondos ya que la curva se representa con la función arcotangente. En la realidad se encuentran los ciclos de histéresis que se asemejan más a una mezcla de los ciclos redondos y rectangulares, por lo que no se puede simular dichos ciclos con el modelo L²P. En la Figura 5 se muestra un ciclo de histéresis medido en un transformador trifásico (Tinoco, 2012) y una aproximación con el modelo L²P.

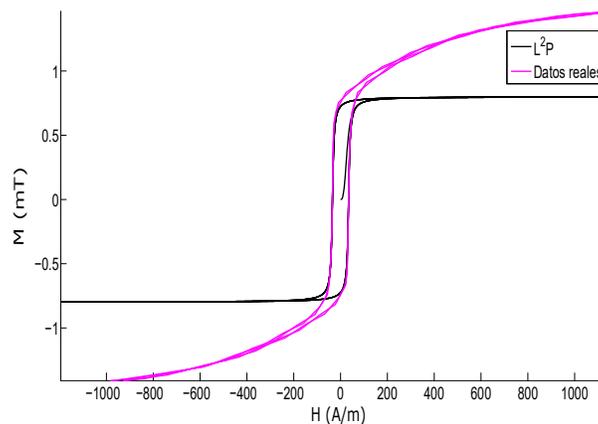


Figura 5. Comparación entre L²P original y datos reales

En la Figura 5 se aprecia que el modelo se acerca bastante a los valores reales en la región no saturada, pero en la región saturada se aleja de los datos reales con un error muy grande, para solucionar este inconveniente se ajusta el modelo original con la inclusión de una ecuación capaz de obtener todo tipo de ciclos sin perder la generación de los ciclos internos, aquí se tiene la segunda aportación y se presenta más adelante.

Obtención de h_0 , constante propia del material

A un punto de la curva descendente le corresponderá un valor H_{pr} que representa la distancia de la curva descendente al otro extremo del ciclo principal, curva ascendente, tal como se utiliza en (6). Obtener el valor de H_{pr} , distancia al ciclo externo, se puede realizar por inspección directamente de la curva experimental, de este modo a H_{pr} le corresponde directamente el doble de la fuerza coercitiva, por lo tanto para la curva en condiciones de estado estable.

$$H_{pr} = 2H_c \quad (13)$$

Se despeja el valor de h_0 de (6) y sustituyendo en (13) se llega a la siguiente expresión.

$$h_0 = \frac{2H_c - \delta_H H_c + H_r}{\tan\left(\frac{\pi M_r}{2M_s}\right)} \quad (14)$$

Para simplificar (14), se supone que los valores H_r y M_r corresponden a la curva ascendente por lo tanto se reduce a

$$h_0 = \frac{H_c - H_r}{\tan\left(\frac{-\pi M_r}{2M_s}\right)} \quad (15)$$

La obtención del valor de h_0 puede ser muy sensible a los valores de H_r y M_r . Este problema se soluciona tomando los valores de H_r y M_r cerca del codo de saturación. Para aclarar este paso se propone trazar una recta en la región lineal del ciclo y en el punto donde la curva se comience a saturar, se alejará de la recta trazada, por lo tanto se deberán tomar los valores de H_r y M_r antes de saturarse. Para el caso de la M_s se propone trazar una línea paralela a la recta anterior partiendo del origen y donde cruza con la característica ascendente es el valor de M_s . En la Figura 6 se ejemplifica el proceso para obtener h_0 a partir de (15).

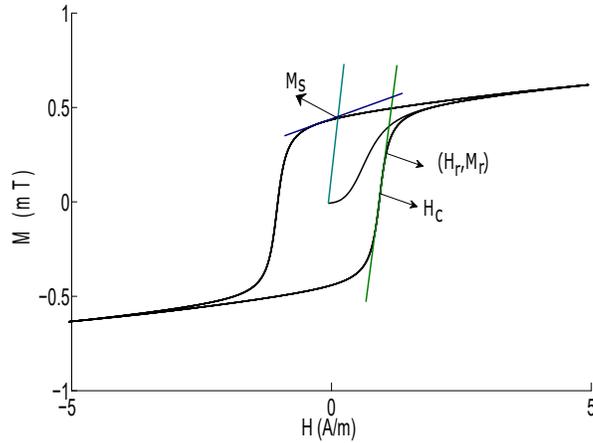


Figura 6. Obtención de los valores para el cálculo de h_0

Con los valores de H_r y M_r obtenidos de manera gráfica se podrá obtener el valor de h_0 sin la necesidad de realizar optimización con puntos de la curva tal como lo propone (de Almeida *et al.*, 2003).

Complemento al modelo

Para la representación de los ciclos redondos o ciclos más reales de la histéresis, se introducirá otra relación que describe la saturación superior distinta a la del campo remanente. Para esta ecuación se parte de la idea en (Pérez-Rojas, 2000), donde se adiciona un incremento K para los ciclos planos, dicho ajuste se suma a la función arcotangente. Se agrega el incremento en la función $M(H)$, en una nueva ecuación con la finalidad de no perder los ciclos internos. La ecuación propuesta es la siguiente:

$$M_n(H) = M(H) + M_c \arctan(KH) \quad (16)$$

donde:

- M_n Función Propuesta
- K Constante de incremento
- $M_c = \frac{2M_s}{\pi}$

La Figura 7 muestra las variaciones de los ciclos de histéresis con el incremento propuesto en (16). La constante de incremento se puede obtener partiendo de la curva experimental y una curva de aproximación. La curva de aproximación será considerando que $M_R = M_s$, curva rectangular, de igual manera como se muestra en la Figura 5, se dibuja una curva con los parámetros obtenidos anteriormente M_s , H_c , h_0 . Una vez trazada la curva de aproximación se podrá obtener el valor de K con (17).

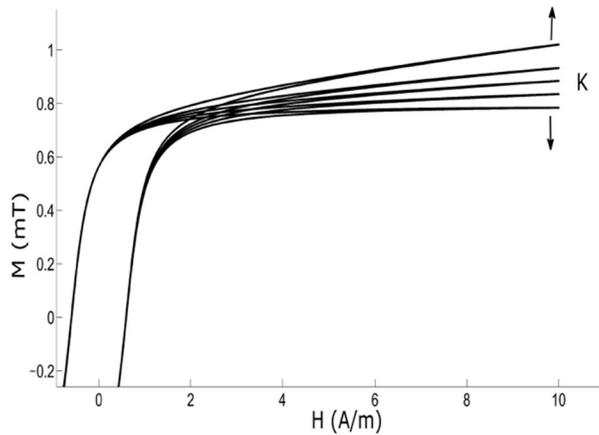


Figura 7. Incremento en ciclo de histéresis

$$K = \frac{\tan\left(\frac{\pi(M_e - M_s)}{2M_s}\right)}{H_e} \quad (17)$$

Donde:

M_e Magnetización experimental saturada

M_s Magnetización de aproximación saturada

H_a Magnetización de aproximación saturada correspondiente a M_e y M_s .

Para el cálculo de la permeabilidad, en Turowski y Turowski (2014) se definen un conjunto de permeabilidades, donde la ideal se define en (18). Con esta fórmula se obtiene la permeabilidad inicial e incluso la permeabilidad cuando sólo se representa saturación.

$$\mu = \frac{M_n(H)}{H} \quad (18)$$

La permeabilidad diferencial que se obtiene con (19), se utiliza para caracterizar la pendiente de la curva de histéresis ya que al presentarse valores muy elevados esta permeabilidad decrece de manera muy rápida a cero, lo cual no es conveniente en el análisis de máquinas eléctricas.

$$\mu = \frac{dM_n(H)}{dH} \quad (19)$$

La permeabilidad para el análisis de las máquinas eléctricas se presenta en Kefalas *et al.* (2010), donde se utiliza (20) para representar cualquier punto en el ciclo de histéresis.

$$\mu = \frac{M_n(H)}{H+H_c} \quad (20)$$

Ajustando (20) al modelo L²P, se obtiene (21).

$$\mu = \frac{M_n(H)}{H+H_c} = \frac{M_c}{H-\delta_H H_c+H_p} + \mu_k \quad (21)$$

Donde μ_k es una constante de protección para evitar que la permeabilidad se haga cero ante grandes transitorios. Con la modificación del ciclo de histéresis se podrán obtener ciclos más apegados a los reportados (Tinoco, 2012).

Descripción del algoritmo

En la Figura 8 se presenta un diagrama de flujo desarrollado para el modelo de histéresis L²P_M.

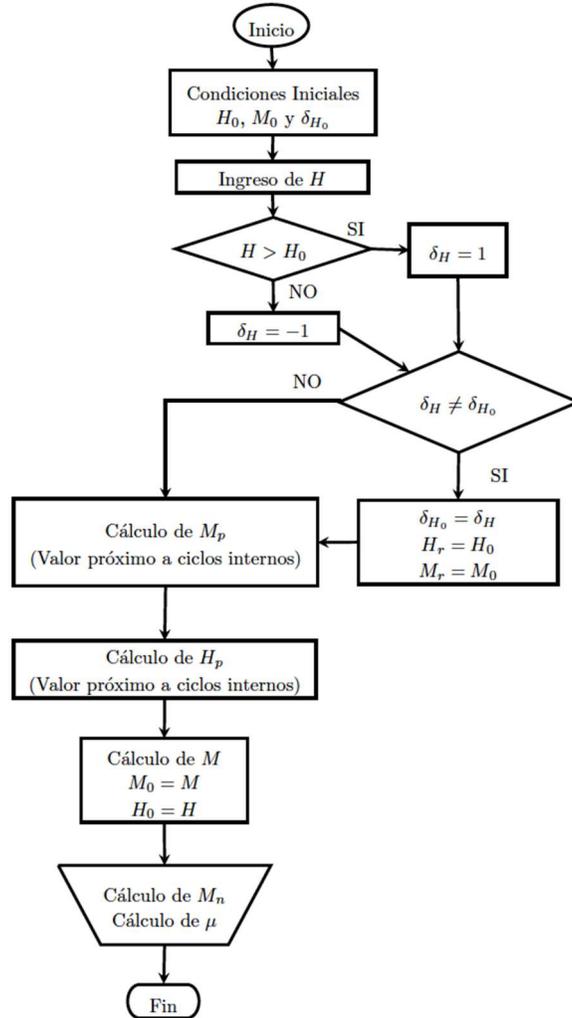


Figura 8. Diagrama de flujo para el modelo L²P_M.

A continuación se presentan los puntos relevantes:

1. *Condiciones iniciales*: Se definen los puntos específicos de la curva de histéresis; los valores (H, M) y el valor de δ_{H0} , curva ascendente con $\delta_{H0} = 1$ y curva descendente con $\delta_{H0} = -1$. Si parte del origen δ_{H0} se define con un valor de cero.

2. *Ingreso de H*: Se calcula la intensidad de campo H . Para el caso de las máquinas eléctricas rotatorias se obtiene la corriente de magnetización i_m , por lo que el algoritmo entrega los enlaces de flujos mutuos λ_m y la inductancia mutua L_m sin necesidad de realizar modificaciones.
3. *Proceso lógico*: En este paso se comprueba si el valor que ingresa de H corresponde a la curva descendente o ascendente, además se comparan los valores de δ_H con la finalidad de obtener los puntos de inflexión.
4. *Cálculo de H_p* : Este valor corresponde a la distancia del punto H al ciclo principal con (5). Si el valor es distinto de cero corresponde a un ciclo menor.
5. *Cálculo de H_{pr}* : Se obtiene con (8) y se define el tipo de material para la función decreciente. Se puede utilizar (10) para material suave y (11) para otro tipo de material.
6. *Cálculo de M* : Se calcula el valor de M con (9) y se guardan los valores de (H, M) en ese instante.
7. *Cálculo de M_n* : Si la curva que se obtiene es redonda se debe ingresar el valor de K , de lo contrario $K=0$ y se desprecia el incremento, según (16). La variable μ se calcula con (21) y de igual manera que la variable M_n es afectada por K , por lo tanto se obtiene el valor correspondiente a los ciclos redondos o ciclos rectangulares.

Para la curva de la Figura 5, que se graficó con valores medidos, y siguiendo el diagrama de flujo de la Figura 8, se obtuvieron los siguientes parámetros: $M_s=0.8$, $H_c=10$, $h_\sigma=10$, $\zeta=0.08$ y $K=0.0028$; el resultado se muestra en la Figura 9, puede observarse la disminución del error al aplicar las propuestas indicadas.

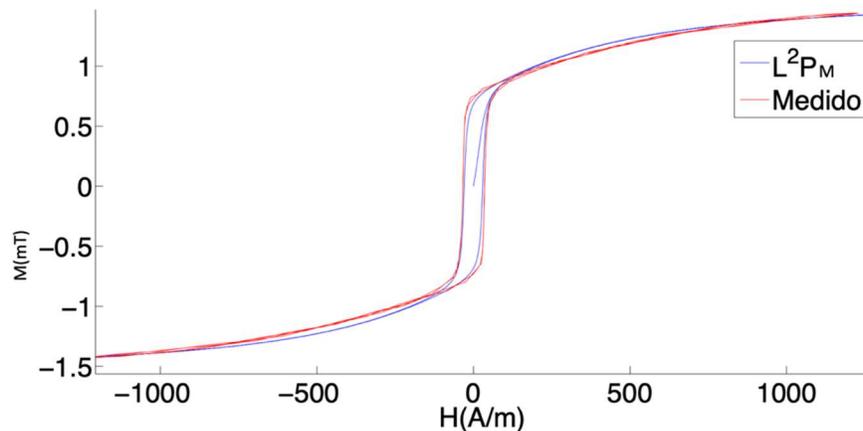


Figura 9. Aproximación de la característica por medición contra el método L^2P_M

Con la constante de K de incremento, se evita obtener valores de permeabilidad cercanos a cero.

El desarrollo del modelo se realiza para una característica (M, H) , cuya derivada es la permeabilidad, pero debido a la bondad de ser un método algebraico que depende de la gráfica de la característica que se obtiene por medición, ésta se puede representar por las variables (B, H) , obteniendo al derivar el valor de la permeabilidad, siendo esta formulación la aplicable a modelos magnéticos de las máquinas eléctricas; así mismo esta característica se puede representar con las variables de enlaces de magnetización y corrientes de magnetización (λ_m, i_m) , con lo que se obtiene por derivación la inductancia de magnetización y ésta se aplica a los modelos eléctricos de las máquinas eléctricas. Estas aportaciones permiten la incorporación del modelo, el cual se denomina L^2P_M , para representar la no linealidad en el análisis de las máquinas eléctricas.

IV. Conclusiones

El desarrollo de este trabajo de investigación permitió la obtención de un modelo para representar histéresis magnética, el cual se puede introducir a los modelos de las máquinas eléctricas en forma directa. El modelo de histéresis es sencillo por su naturaleza algebraica, requiriendo solamente cuatro parámetros; además, se puede representar la saturación modificando sólo un parámetro.

La presentación de dos importantes aportaciones al modelo de histéresis propuesto por (de Almeida *et al.*, 2003): la primera es que facilita la obtención de h_0 , requiriendo sólo la curva experimental para obtener los parámetros por inspección, lo que en el modelo original es necesario un proceso de optimización para la obtención de este parámetro; la segunda aportación permite representar curvas de histéresis redondas, las cuales son reportadas en la literatura como las características propias para las máquinas eléctricas, con esto se evita que la permeabilidad, para el caso de modelos magnéticos o la inductancia de magnetización para el caso de modelos eléctricos, se haga cero en el intervalo de saturación con lo que se asegura una simulación adecuada del sistema, lo cual no se logra con el modelo L²P.

Referencias

- Abdalla, S., Marzouki, F., Al Ghamdi, A., Abdel-Daiem, A., y Bahabry, F. Hysteresis behaviors in dna-carbon nanotube field-effect transistors: Model and simulation. En *The International Nanotech and NanoScience Conference and Exhibition*. 2015.
- Annakkage, U. D., McLaren, P. G., Dirks, E., Jayasinghe, R. P., y Parker, A. D. A current transformer model based on the Jiles- Atherton theory of ferromagnetic hysteresis. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2000.
- Borges, M. A. P., Bezerra, D. B. G., Vilcanqui, O. A. C. and de Almeida, L. A. L., Use of the Preisach and L2P Models Together for Greater Confidence in Hysteresis Curves at Different Frequencies, 2020 IEEE XXVII International Conference on Electronics, Electrical Engineering and Computing (INTERCON), Lima, Peru, 2020, pp. 1-4.
- Broadhurst, S. Magnetism and more. *IMEche*, 2015.
- Bulte, D. y Langman, R. Origins of the magnetomechanical effect. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 2002.
- Calle, C., Cuellar, F., Guzmán, O., y Mendoza, A. Simulaciones de comportamientos histeréticos blandos en películas magnéticas. *Revista Colombiana de Física*, 2006.
- Chen, Z., Bai, B., Chen, D., y Chai, W. Magnetization and demagnetization circuit design applied to transformer dc bias elimination based on three-phase rectification circuit. En *IEEE 8th International Power Electronics and Motion Control Conference*. 2016.
- De Almeida, L. A. L., Deep, G. S., Lima, A. M. N., y Neff, H. Limiting loop proximity hysteresis model. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2003.

- De Blas, A., Bargalló, R., y de la Hoz, J. Modelado del ciclo de histéresis mediante el modelo de preisach. *Información Tecnológica*, 2004.
- Deželak, K., Dolinar, D. and Štumberger, G. (2013), "Comparison between the simplified and the Jiles-Atherton model when accounting for the hysteresis losses of a transformer", *COMPEL - The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering*, Vol. 32 No. 4, pp. 1393-1403.
- Dimian, M. y Andrei, P. Noise-driven phenomena in hysteretic systems. *Springer*, 2014.
- Kefalas, T. D., Loizos, G., y Kladas, A. G. Generalized representation of transformer electrical steels working under heavily saturated conditions. En *The XIX International Conference on Electrical Machines*. 2010.
- Mayergoyz, I. D. Mathematical models of hysteresis and their applications. *Academic Press*, 2003.
- Mazgaj, W., Szular, Z. and Sierzega, M., Inverse Model of the Magnetic Hysteresis Based on Exponential Function, Proc. of the 13th Symposium of Magnetic Measurements and Modeling SMMM'2018, Wieliczka, Poland, October 8–10, 2018.
- Merino, R. A. S. Modelado y Simulación de Bobinas con Núcleo Magnético de Ferrita para Aplicaciones Industriales. *Editorial Visión Libros*, 2015.
- Nascimento, M. M. S., da Rocha Neto, J. S., de Lima, A. M. N., de Almeida, L. A., y de Araújo, C. J. A model for strain-temperature loops in shape memory alloy actuators. *Cep*, 2004.
- Pérez-Rojas, C. Fitting saturation and hysteresis via arctangent functions. *IEEE Power Engineering Review*, 2000.
- Tinoco, J. R. E. Modelado de fallas incipiente en el transformador trifásico de tres columnas. Tesis maestría, UMSNH, Febrero 2012.
- Turowski, J. y Turowski, M. Engineering Electrodynamics: Electric Machine, Transformer, and Power Equipment Design. *CRC Press*, 2014.
- Vacuumschmelze. Tailoring of magnetic hysteresis loop, 2012. URL <http://www.vacuumschmelze.com/en/research-innovation/materials-design/tailoring-of-magnetic-hysteresis-loop.html>