

Reconstrucción de superficies tridimensionales mediante la proyección de luz estructurada

Jorge Adrián Arias del Angel¹, Mauricio Ortiz Gutiérrez¹, Marco Antonio Salgado Verduzco¹, Mario Pérez Cortés², María Milagrosa Pérez Sánchez², Jorge Lugo Jiménez².

¹Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, UMSNH; ²Facultad de Ingeniería, UADY

Resumen

Se utiliza la proyección de luz estructurada sobre la superficie de un objeto tridimensional para reproducirlo digitalmente. Esto se hace mediante la transformada de Fourier para envolver la fase. Posteriormente, con el uso del software Matlab se desenvuelve la fase que reproduce tridimensionalmente la topografía de los objetos de estudio. Esta técnica se puede aplicar para la reconstrucción de partes del cuerpo humano; en este trabajo se presentan los resultados de la reconstrucción de una mano humana.

Palabras clave: Proyección de franjas, digitalización de superficies, transformada de Fourier.

Abstract

The projection of structured light on the surface of a three-dimensional object is used to reproduce it digitally. This is done by the Fourier transform to wrap the phase.

Subsequently, with the use of the MatLab software, the phase that reproduces the surface of the object is unwrapping. This technique can be applied for the reconstruction of parts of the human body; in this work the results of the reconstruction of a human hand are presented.

Keywords: Fringe projection, digitization of surfaces, Fourier transform.

1. Introducción

Los métodos de medición ópticos sin contacto, como el de proyección de franjas o luz estructurada empleado en este trabajo, son técnicas de medición realmente efectivas que presentan diversas aplicaciones; entre ellas destaca la reproducción del relieve de un objeto sin alterar su superficie ni sus propiedades, además de obtener una reproducción del objeto con mejor precisión en el detalle.

Una de las técnicas más efectivas para estas mediciones involucra el uso de patrones de luz estructurada, los cuales se proyectan sobre la superficie de un objeto para obtener su reproducción 3D. Diversos algoritmos han sido propuestos para analizar estos patrones de franjas que se obtienen con diferentes técnicas, como por ejemplo las técnicas de fase por pasos (Gasvik, 2003) en las cuales se toman una serie de fotografías con un cambio de fase específico entre ellas. Otra técnica es mediante el análisis de Fourier (Gasvik, 2003) el cual se enfoca en un filtrado en el dominio de frecuencias y en la recuperación de la parte imaginaria de la fase; esta técnica es conocida como la técnica de Takeda et al. (1982).

La implementación original del análisis de Fourier de franjas propuesto por Takeda (1982) era en una dimensión en donde sólo se analizaba una línea de una imagen a la vez; sin embargo, no se tardó en extender esta técnica a dos dimensiones, siendo además mejorado el tiempo de procesamiento. Por muchos años la técnica bidimensional de análisis de franjas por transformada de Fourier ha sido considerada como una técnica rápida y confiable para el análisis de patrones de franjas proyectados sobre objetos estáticos. Más aún, hoy en día esta técnica es vista como un rápido y flexible método para el procesamiento de patrones de franjas de un objeto dinámico cuyo procesamiento se realiza a partir del análisis de las imágenes componentes del video como si fueran imágenes completamente independientes. Es decir, el uso de esta técnica para el análisis de la secuencia de patrones de franjas de un objeto dinámico no conlleva ninguna relación entre los patrones de franjas de imágenes consecutivas.

Lara-González (2004) utilizó la perfilometría por transformada de Fourier como técnica para la determinación de la superficie de objetos tridimensionales. En dicho trabajo se emplea la técnica de desenvolvimiento propuesta por Herráez et al (2002) para obtener el nivel de confiabilidad entre píxeles con la intención de reducir los problemas generados por la discontinuidad de las franjas en las imágenes de estudio.

Por otra parte, Abdul-Rahman (2007) propone una novedosa aproximación al análisis dinámico de patrones de franjas de una secuencia de video. Dicha propuesta extiende la transformada de Fourier bidimensional a tres dimensiones. Esta nueva propuesta de algoritmo analiza la secuencia de patrones de franjas en conjunto y no como una serie de imágenes individuales.

En este trabajo se utiliza la proyección de luz estructurada sobre la superficie de objetos tridimensionales para reproducirlos digitalmente. Esto se lleva a cabo empleando la técnica de envolvimiento de fase mediante la aplicación del método de la transformada de Fourier y se desarrolla un algoritmo en MatLab con la finalidad de desenvolver la fase para reproducir tridimensionalmente la topografía de los objetos de estudio. Esta técnica se aplica para la reconstrucción de una mano humana que puede tener diversas aplicaciones como la reproducción de prótesis, medición de deformaciones, entre otras.

2. Teoría

La serie de franjas claras y oscuras que se utiliza para proyectar luz estructurada es conocida como rejilla de *Ronchi* descrita con la función matemática conocida como función de transmitancia $g(x,y)$ dada por una función de onda cuadrada. Sin embargo en este trabajo se utiliza una rejilla con perfil cosenoidal de frecuencia constante f_0 la cual está descrita en la ecuación 1 y representada en la figura 1.

$$g(x, y) = a(x, y) + b(x, y)\cos(2\pi f_0 x) , \dots\dots\dots (1)$$

donde $f_0=1/d$ es la frecuencia espacial de la rejilla, d es el periodo y $a(x,y)$ y $b(x,y)$ son funciones conocidas como iluminación de fondo y contraste respectivamente. En la ecuación 1 el término $(2\pi f_0 x)$ es el argumento de la función coseno y es conocido como fase.

Este tipo de rejillas es ampliamente utilizado porque se pueden modular fácilmente en fase, esto significa que la rejilla dada en la ecuación 1 se puede escribir como

$$g(x, y) = a(x, y) + b(x, y)\cos(2\pi f_0 x + \Psi(x)) , \dots\dots\dots (2)$$

donde $\Psi(x)$ es la función de modulación de fase. Esta modulación se puede dar por un desplazamiento relativo (expresado en radianes) de las franjas proyectadas respecto a su posición original.

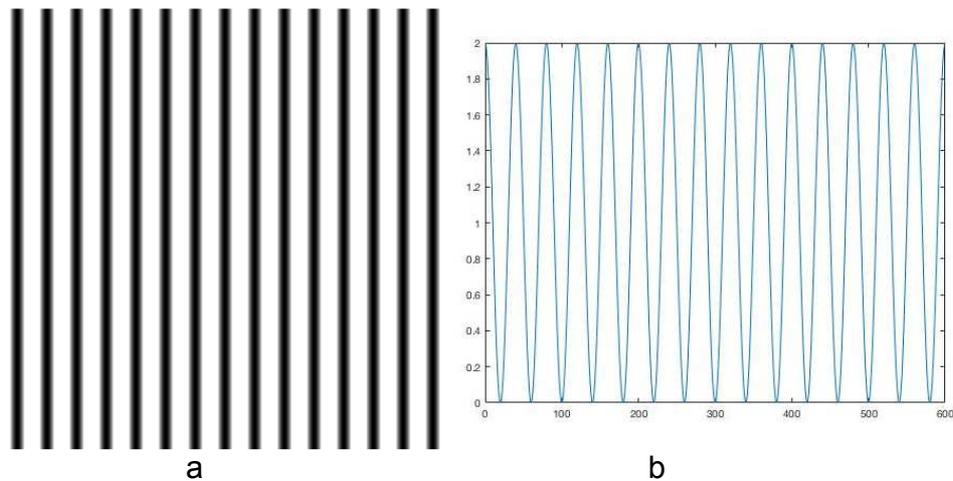


Figura 1. (a) Representación esquemática de una rejilla cosenoidal generada por computadora de 600x600 pixeles y (b) perfil de la rejilla cosenoidal con los parámetros $a=b=1$ y $f_0=40$ pixeles.

Una forma de modular la fase de la rejilla se presenta cuando ésta es proyectada sobre un objeto que tiene relieve en su superficie, el cual causa deformaciones locales sobre las franjas de la rejilla como se muestra en la figura 2.

Para calcular la deformación de las franjas, se utiliza la geometría mostrada en la figura 3. Como puede observarse, las franjas de la rejilla son proyectadas sobre la superficie de un objeto colocado en el plano xy mientras es observado por una cámara. Un rayo de luz que viaja del punto A sobre la rejilla forma un ángulo θ_1 con la normal a la superficie, mientras que el rayo reflejado forma un ángulo θ_2 con la normal. Debido a que el periodo de la rejilla original que se proyecta es d , el periodo de la rejilla proyectada sobre el plano horizontal xy que contiene la superficie a analizar es d_x y es expresado como

$$d_x = \frac{d}{\cos\theta_1} . \dots\dots\dots (3)$$

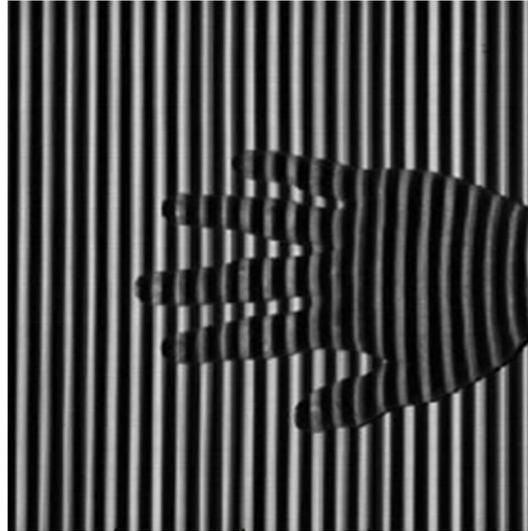


Figura 2. Deformación de las franjas de la rejilla proyectada sobre una mano humana debido al relieve del objeto.

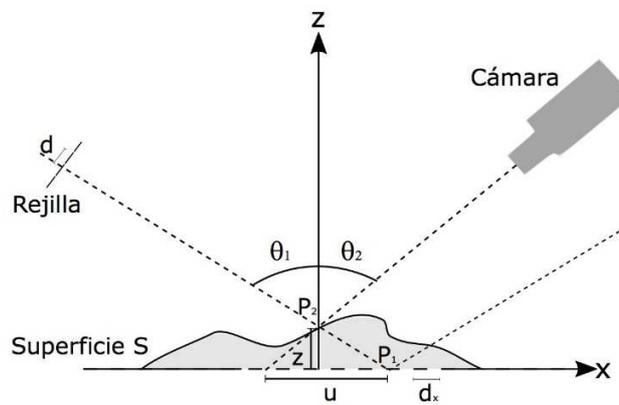


Figura 3. Geometría para la proyección de franjas sobre una superficie S. El perfil de la rejilla es mostrado pero no el sistema óptico que la proyecta.

En la figura 3 se puede observar que una franja originalmente proyectada sobre el punto P_1 en el plano xy (sin la presencia del objeto) se moverá al punto P_2 debido a la presencia de la superficie S. El punto P_2 observado por la cámara aparecerá con un desplazamiento relativo (ver figura 3) sobre el plano xy , por lo que el desplazamiento $u(x)$ es dado por la ecuación 4

$$u(x) = z(\tan\theta_1 + \tan\theta_2) , \dots\dots\dots (4)$$

donde z es la altura del punto P_2 medido sobre el plano xy . De esta manera se puede determinar que la fase que es introducida en la rejilla debido a la proyección sobre la superficie está dada por la ecuación 5.

$$\Psi(x) = 2\pi\varphi(x) , \dots\dots\dots (5)$$

considerando las ecuaciones 3 y 4 se tiene que la fase $\varphi(x)$ de la ecuación 5 está dada por:

$$\varphi(x) = \frac{u(x)}{d_x} = \frac{z\text{sen}(\theta_1+\theta_2)}{d\text{cos}\theta_2} . \dots\dots\dots (6)$$

Por tanto, cuando la rejilla es proyectada sobre la superficie de un objeto, las franjas son deformadas localmente de acuerdo al relieve y su fase es modulada, la cual es representada por la ecuación 7.

$$h(x, y) = a(x, y) + b(x, y)\cos \left[2\pi f x + 2\pi \frac{u(x)}{d_x} \right] , \dots\dots\dots (7)$$

donde f es la frecuencia de la rejilla proyectada y está dada por $f = \text{cos}\theta_1/d_x$.

Comparando las ecuaciones 2 y 7, se observa que tienen la misma forma, con la diferencia que la fase en la ecuación 7 está relacionada con la altura z de la superficie analizada y también, la frecuencia es diferente en cada caso. De esta manera, si la fase de la rejilla deformada es conocida, la forma 3D de la superficie analizada puede ser determinada.

Para obtener el valor de la fase, se puede utilizar el método de la transformada de Fourier propuesto por Takeda et al. (1982). Siguiendo este método, la ecuación se reescribe como:

$$h(x, y) = a(x, y) + c(x, y)e^{i2\pi f x} + c^*(x, y)e^{-i2\pi f x} , \dots\dots\dots (8)$$

donde

$$c(x, y) = \frac{1}{2}b(x, y)e^{i2\pi u(x)/d_x} . \dots\dots\dots (9)$$

El símbolo (*) en la ecuación 8 denota el complejo conjugado de la ecuación 9. La transformada unidimensional con respecto a la variable x de la ecuación 8 es

$$H(v, y) = A(v, y) + C(v - f, y) + C^*(v + f, y) , \dots\dots\dots(10)$$

donde las letras en mayúsculas denotan el espectro de Fourier y v es la frecuencia espacial en la dirección x dada por $v = x/\lambda z$, siendo λ la longitud de onda y z la distancia de propagación. La separación espacial f debe ser tal que permita separar los órdenes del espectro de Fourier como se muestra en la figura 4a.

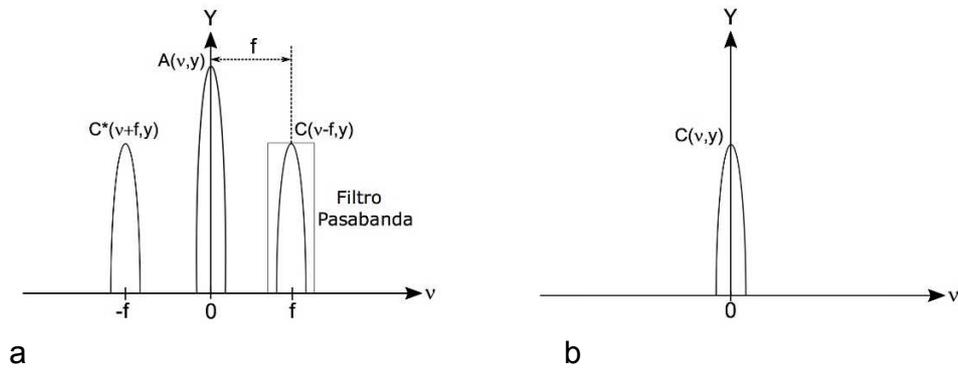


Figura 4. (a) Esquema de la transformada de Fourier de una rejilla cosenoidal. El orden de difracción +1 contiene la información de la altura z de la superficie. Este orden pasa por un filtro pasabandas y los otros órdenes son eliminados; (b) Orden +1 del espectro de Fourier centrado en el origen de coordenadas.

Colocando un filtro pasan bandas en el plano de frecuencias que permita el paso del primer orden de difracción del espectro de Fourier, la función $C(v-f, y)$ puede ser aislada y si se mueve hacia el origen se elimina la dependencia de la frecuencia f y en esta forma es posible obtener el término $C(v,y)$ como se muestra en la figura 4b.

El siguiente paso es calcular la transformada inversa de la función cuyo resultado es la función compleja $c(x,y)$ dada en la ecuación 9, entonces, la fase puede ser determinada a través del logaritmo de esta función como se muestra en la ecuación 11.

$$\log[c(x, y)] = \log \left[\frac{1}{2} b(x, y) \right] + i\Psi(x) . \dots\dots\dots(11)$$

La fase Ψ se encuentra en la parte imaginaria de la ecuación 11 y está completamente separada de la función de contraste $b(x,y)$ en la parte real. Por tanto, la fase es calculada considerando únicamente la parte imaginaria de la ecuación 11 y es representada por la ecuación 12.

$$\Psi(x, y) = \text{Im}\{\log[c(x, y)]\}, \dots\dots\dots(12)$$

donde *Im* representa únicamente la parte imaginaria de la ecuación 11. Los valores de la fase que son obtenidos por medio de la ecuación 12 presentan discontinuidades debido a que la función coseno que es usada para definir la rejilla no es inyectiva. Cuando la fase presenta discontinuidades se dice que la fase está envuelta en el rango $-\pi$ a π . El término fase desenvuelta se obtiene como el resultado del proceso computacional en el cual se integra el valor de 2π en la fase para eliminar las discontinuidades en los valores de la fase, es decir, este valor es sumado o restado a lo largo del camino o línea cuando se leen los datos de derecha a izquierda. Las discontinuidades en la fase pueden ser causadas por cambios rápidos en el parámetro a medir, es decir, tales defectos pueden aparecer como cambios en el espaciamiento de las franjas o como un punto de ruptura donde las franjas pierden continuidad. En estas circunstancias, los errores en el desenvolvimiento de fase son propagados desde el defecto hasta el resto de los datos. En este trabajo la fase es desenvuelta usando el método de Itoh (1982).

Considerando las ecuaciones 5 y 6 la altura *z* del objeto que depende de la fase Ψ se encuentra por medio de

$$z = \frac{\cos\theta_2}{2\pi\text{sen}(\theta_1+\theta_2)} \text{Im}\{\log[c(x, y)]\} . \dots\dots\dots(13)$$

Mediante la ecuación 12 se puede conocer el valor numérico de las superficies que han sido digitalizadas, en este caso, esta ecuación permite calcular los parámetros de la mano humana.

3. Resultados

Para entender claramente todo el proceso de envolvimiento y desenvolvimiento, en la figura 5 se presenta el algoritmo para superficies 3D de las imágenes que se utilizaron.

De acuerdo al algoritmo de la figura 5, para digitalizar una mano humana se realizó un montaje experimental que consiste en la proyección de un patrón de luz estructurada el cual fue generado mediante una rejilla cosenoidal creada en MatLab y desplegada sobre la superficie del objeto con la ayuda de un proyector.

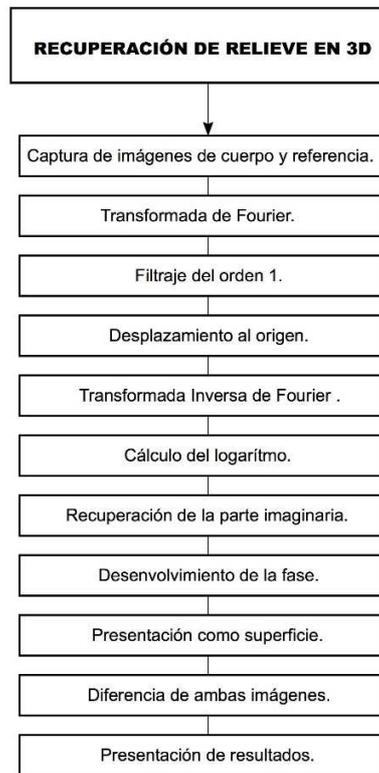


Figura 5. Algoritmo empleado para la digitalización de la superficie de un objeto.

La adquisición de las imágenes se realizó de manera que las fotografías fueran siempre bajo las mismas condiciones. Se recomienda tomar las fotografías en un cuarto oscuro para evitar que luz parásita afecte el contraste de la rejilla y por tanto perjudique el resultado. Para llevar a cabo este trabajo fue necesario adquirir dos fotografías por objeto. La primera de ellas es aquella donde se proyecta únicamente la rejilla sobre la pantalla blanca, a la que se llamará imagen de referencia y, aquella donde se proyecta la rejilla sobre el objeto de estudio a la que se le llama imagen del cuerpo. El arreglo se muestra en la figura 6.

El arreglo presenta las siguientes especificaciones en relación a la distancia entre cada uno de sus elementos: 175 cm entre la cámara y la pantalla, 178 cm entre la pantalla y el proyector y 35 cm entre el proyector y la cámara. Una vez que las

imágenes han sido digitalizadas se tiene que obtener su fase envuelta y posteriormente desenvolverla para obtener el relieve del objeto.

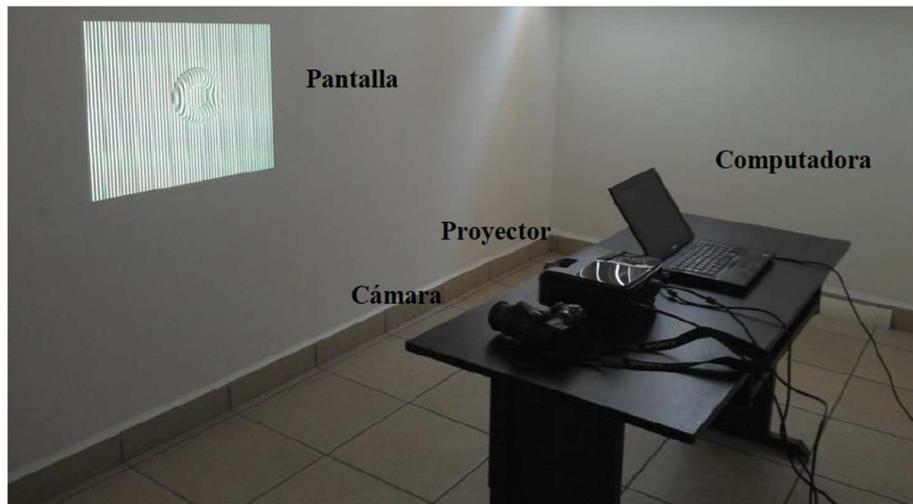


Figura 6. Fotografía del arreglo experimental compuesto por una pantalla plana blanca, una cámara fotográfica y un proyector.

La frecuencia de la rejilla empleada para muestrear el objeto es de 500 x 500 píxeles, y una vez proyectada la rejilla se toman dos fotografías (imagen de referencia y de cuerpo). Las imágenes se importan a la computadora con un formato jpg y en RGB con dimensiones de 1200x900 píxeles. Posteriormente se cambia su formato a bmp y a escala de grises, puesto que este formato utiliza una sola matriz para almacenar sus datos y el uso de escalas de grises de 8 bits asegura que la matriz contenga en cada uno de sus registros sólo el valor de intensidad de luz que le corresponde.

Una vez que se lee la imagen de cuerpo en el programa MatLab, se obtiene su transformada de Fourier que se muestra en la figura 7a. Para el filtraje del orden +1 se genera un filtro binario, blanco y negro que permita el paso únicamente del orden +1 de difracción eliminando el resto de la información y que se muestra en la figura 7b. Posteriormente se recorre dicho orden al origen del sistema de referencia como se muestra en la figura 7c.

Posteriormente se procede a calcular la transformada inversa de Fourier mostrada en la figura 8(a) de la imagen filtrada (figura 7c) de la cual se recupera únicamente la parte imaginaria tras el cálculo del logaritmo de esta imagen. Este resultado se

muestra en la figura 8(b) y corresponde a la imagen de fase envuelta del experimento.

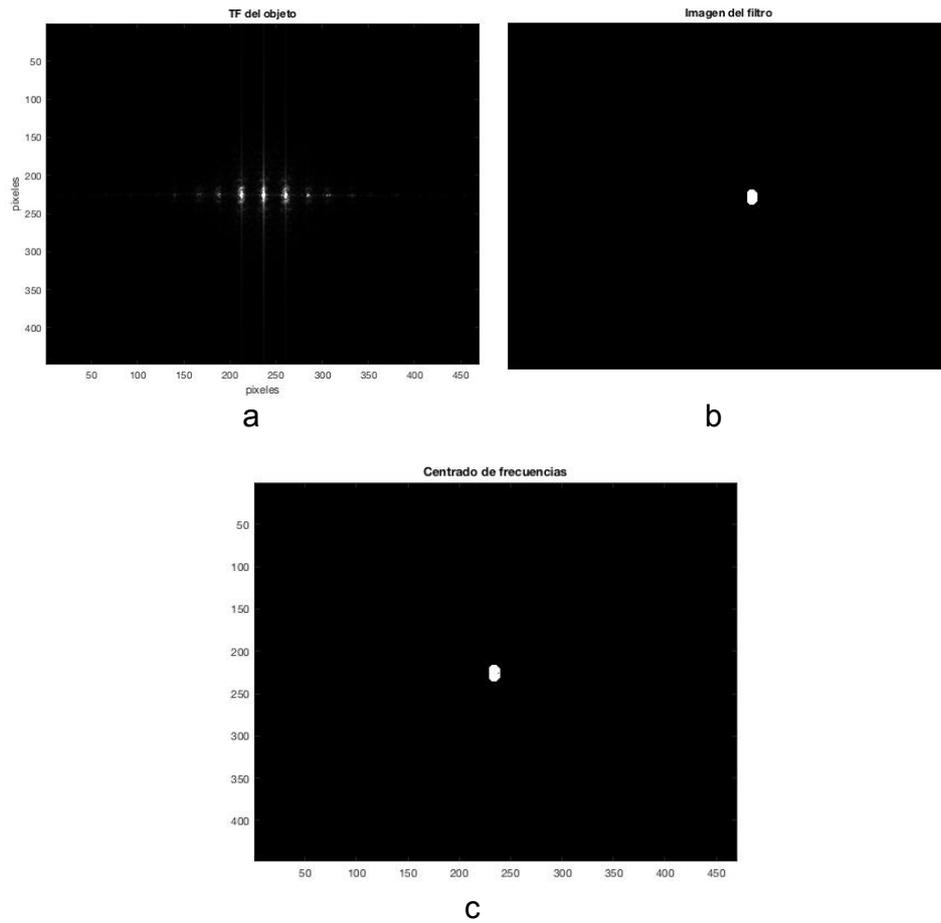


Figura 7. a) Valor absoluto de la transformada de Fourier de la imagen de cuerpo; b) imagen del filtro binario que se crea para filtrar la transformada de Fourier y c) Filtro aplicado y con la información deseada recorrida hacia el centro de la matriz.

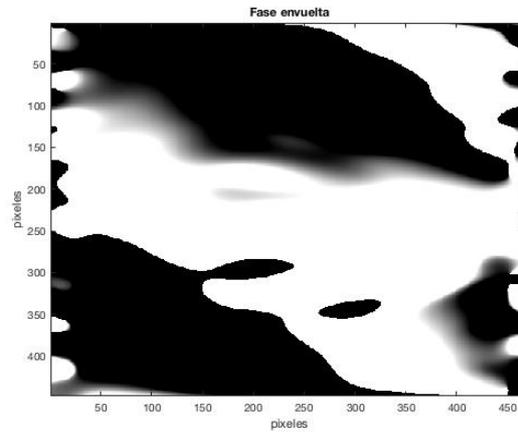


Figura 8. Fase envuelta de la imagen de la transformada inversa de Fourier.

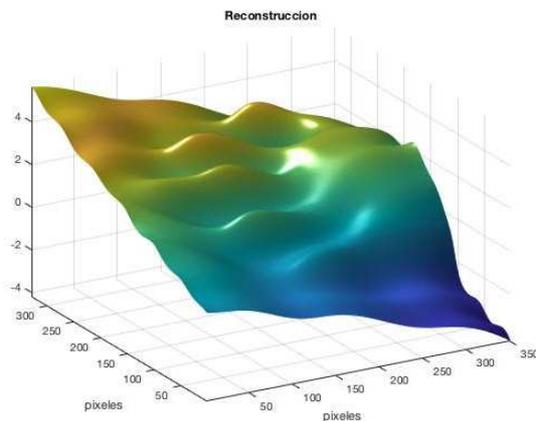


Figura 9. Resultado de la fase desenvuelta situado sobre un plano inclinado mostrado como una superficie.

El desenvolvimiento de esta imagen se realiza mediante la aplicación del algoritmo de Itoh, que consiste en desenvolver primero las columnas y después las filas. Como se aprecia en la figura 9 el resultado de dicha acción presenta consigo una inclinación que es determinada por la geometría del sistema, es decir, se muestra la superficie sobre un semi plano el cual presenta un ángulo de inclinación con respecto al plano xy.

Para eliminar dicho plano se determina la diferencia de la imagen de fase desenvuelta de la imagen del cuerpo y la imagen de referencia. Es aquí donde el

empleo de una pantalla plana fija resulta de gran utilidad, ya que entre más parecidas sean dichas imágenes, mejor será la imagen resultante ya que lo único que las diferencia es la presencia de la superficie de interés. De lo contrario, las diferencias en los planos de estas imágenes generarán una deformación en la superficie.

Sin embargo, aun realizando esta diferencia puede existir la presencia de ruido en la imagen resultante, esto debido a que el plano de las dos imágenes empleadas no es idéntico por errores en la toma fotográfica (vibraciones externas sobre la cámara y/o proyector). Para reproducir la superficie por completo es necesario recortar la sección de interés y, además, filtrar el objeto con una mascarilla que permita que el resultado final muestre únicamente la superficie sin relieves a su alrededor. El resultado después de estas acciones se muestra en la figura 10.

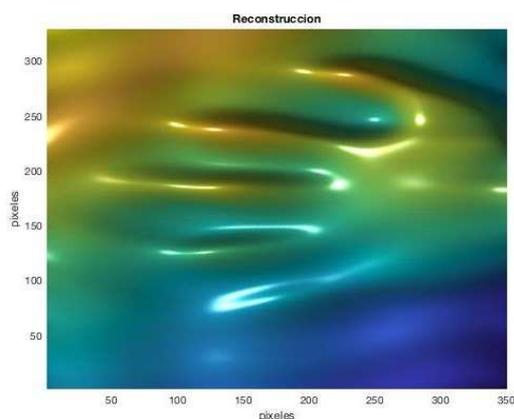


Figura 10. Imagen 3d de la mano humana. Se observan ruptura de franjas en el desenvolvimiento de la fase.

Una vez determinada la relación entre cm – píxeles entre los objetos reales y las reproducciones digitales se pueden determinar las dimensiones reales de los objetos a partir de las imágenes obtenidas. Mediante este factor de conversión se puede afirmar que las dimensiones de la mano con la extensión de los dedos fue de 17.01 cm con un ancho de 13.35 cm y una altura máxima de 5.5 cm.

La técnica empleada es de fácil implementación en el laboratorio y tiene un gran potencial de aplicaciones en arte como reproducción de esculturas, medicina, en la fabricación de prótesis, etc. Esta técnica es diferente a la utilizada con otro tipo de instrumentación para obtener superficies y objetos que se realizan por láser, por ejemplo la técnica LIDAR empleada por Ruiz et al (2014). Cabe resaltar la utilización

de luz natural e incoherente para el desarrollo de esta técnica, que, en cierta forma, aventaja en donde no se necesita la alineación del sistema, como lo sería en un sistema láser. Su desventaja se encuentra en la aplicación donde involucre distancias mayores a 10 metros, ya que se necesitaría aumentar la potencia de luminosidad de la fuente de luz del sistema o del proyector que se usó en este trabajo.

4. Conclusiones

En este trabajo se presentaron los resultados experimentales del análisis de Fourier de arreglos de luz estructurada proyectados sobre la superficie de una mano humana con la finalidad de reproducir su relieve. El arreglo experimental es de fácil montaje y uso, ya que está compuesto por tan sólo cinco elementos y gracias al sistema de cómputo se cuenta con un amplio rango de frecuencia de muestreo y una variedad de herramientas con las cuales se puede manipular las imágenes.

5. Referencias

- Abdul-Rahman, H. 2007. Three-dimensional Fourier fringe analysis and phase unwrapping. Tesis de doctorado. General Engineering Research Institute, Liverpool John Moores University. 209 pp.
- Herráez, M. A., Burton, D. R., Lalor, M. J., & Gdeisat, M. A. 2002. Fast two-dimensional phase-unwrapping algorithm based on sorting by reliability following a noncontinuous path. *Applied Optics*, 41(35), 7437-7444 pp.
- Itoh K. 1982. Analisis of the phase unwrapping problem. *Applied Optics*. 21(14), 2470-2479 pp.
- Gasvik, K. J. 2003. *Optical Metrology*. John Wiley & Sons, 355 pp.
- Lara G. E. 2004. Detección espacial de objetos. Tesis de licenciatura. Escuela de Ingeniería, Universidad de las Américas Puebla. 60 pp.
- Ruiz P., Garro, J. F., Soto, G. J., 2014. El uso de imágenes lidar en Costa Rica: Casos de estudio aplicados en geología, ingeniería y arqueología. *Rev. Geológica de America Central*, 51, 7-31 pp.
- Takeda, M., Ina, H., & Kobayashi, S. 1982. Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry. *JosA*, 72(1), 156-160 pp.