

Predicción del módulo de elasticidad estático de la madera empleando módulos dinámicos

Javier-Ramón Sotomayor-Castellanos

Facultad Ingeniería en Tecnología de la Madera, UMSNH

Resumen

El objetivo de la investigación fue determinar las regresiones para predecir el módulo de elasticidad en flexión estática de la madera, a partir de los módulos dinámicos. Se prepararon 35 probetas de madera de cada una de las especies *Spathodea campanulata*, *Gyrocarpus americanus*, *Cuppressus lindleyi*, *Tabebuia donnell-smithii* y *Guazuma ulmifolia*. Se calculó la densidad de la madera y su contenido de humedad. Además, se determinaron los módulos de elasticidad en flexión estática, en vibraciones transversales, por ondas de esfuerzo y por ultrasonido. Se planearon tres experimentos: pruebas de normalidad, cálculo de estadísticos descriptivos y análisis de regresiones entre las variables de respuesta. La densidad de la madera, varió en un intervalo que permitió observar diferentes valores de módulos de elasticidad. La densidad de las especies se cataloga como: *S. campanulata* y *G. americanus*, muy baja; *C. lindleyi*, baja; *T. donnell-smithii*, media; y *G. ulmifolia*, alta. Los coeficientes de variación de la densidad y de los módulos de elasticidad, se sitúan en un rango similar a los de maderas mexicanas reportado en la bibliografía. Los módulos de elasticidad no son proporcionales a la

densidad de la madera. Para fines de caracterización mecánica de una madera, las regresiones calculadas permiten estimar el módulo de elasticidad estático a partir de los módulos dinámicos con una precisión aceptable.

Palabras clave: Vibraciones transversales, ondas de esfuerzo, ultrasonido.

Abstract

Prediction of the static modulus of elasticity of wood using dynamic modules.

The research goal was to determinate the regressions to predict the modulus of elasticity in static bending using dynamic moduli. Thirty-five specimens were prepared of each wood species: *Spathodea campanulata*, *Gyrocarpus americanus*, *Cuppressus lindleyi*, *Tabebuia donnell-smithii* y *Guazuma ulmifolia*. It was calculated the wood density and its moisture content. Moreover, the moduli of elasticity in static bending, in transversal vibrations, by stress waves and by ultrasound were assessed. Between response variables, three experiments were planed: tests of normality, calculus of statistics descriptive and analysis of regressions. The wood density differed in an interval that allowed observing different values of moduli of elasticity. The density of the species classifies as follows: *S. campanulata* y *G. americanus*, very low; *C. lindleyi*, low; *T. donnell-smithii*, average; and *G. ulmifolia*, high. The coefficients of variation placed to the wood density and to the moduli of elasticity in a similar rank to Mexican woods reported in the literature. The moduli of elasticity are not proportional to the wood density. For the goal of mechanical characterization of wood, regressions calculated allow, with an acceptable accuracy, the estimation of the static bending moduli from the dynamic moduli

Keywords: Transversal vibrations, stress waves, ultrasound.

Introducción

El módulo de elasticidad de la madera, determinado con pruebas normalizadas de flexión estática, es el parámetro de referencia para la caracterización de especies forestales maderables (Silva *et al.*, 2010). Estas normas establecen, entre otras formalidades, las dimensiones y orientación de las probetas, la configuración geométrica del ensayo, la velocidad de la carga y/o de la deformación, así como el contenido de humedad de la madera (ISO, 2012, ASTM, 2014).

Los métodos de carácter no destructivo, se emplean igualmente para la caracterización mecánica de la madera. Entre otras técnicas, las vibraciones transversales, las ondas de esfuerzo y el ultrasonido, han demostrado su utilidad para determinar el módulo de elasticidad dinámico. Esta tecnología no modifica el estado físico del material en observación, es rápida y de bajo costo (Pellerin y Ross, 2002).

La caracterización del comportamiento de la madera en condiciones dinámicas y los métodos de carácter no destructivo, han utilizado la hipótesis fundamental en mecánica de la madera: la madera puede almacenar y disipar energía. La propiedad de almacenar energía es manifestada por la velocidad a la cual una onda mecánica viaja a través de la madera. En contraste, la capacidad de la madera para atenuar una onda mecánica denota su capacidad para disipar energía (Jayne, 1959).

Esta hipótesis es fundamental en ciencias de la madera, pues propone que sus propiedades para almacenar y disipar energía, están controladas por los mismos mecanismos que determinan su comportamiento mecánico en condiciones estáticas. Es decir, la estructura molecular y la organización anatómica de la madera, fundamentan su comportamiento mecánico. Como consecuencia, es posible relacionar estadísticamente estas propiedades utilizando análisis numéricos como son las correlaciones estadísticas. Esta proposición ha sido verificada experimentalmente (Sotomayor, 2015a).

Una aplicación práctica de los argumentos anteriores es el predecir el módulo de elasticidad estático, a partir de datos de módulos dinámicos. Este tipo de pronósticos se pueden estimar empleando regresiones estadísticas, previamente calculadas a partir de resultados experimentales (Sotomayor, 2015b).

El objetivo de la investigación fue determinar las regresiones lineales para predecir el módulo de elasticidad en flexión estática, a partir de los módulos dinámicos determinados por vibraciones transversales, ondas de esfuerzo y ultrasonido.

Materiales y métodos

Materiales

El material experimental consistió en cinco lotes de 35 probetas de madera de cinco especies mexicanas: *Spathodea campanulata* (galeana), *Gyrocarpus americanus* (rabalero), *Cuppressus lindleyi* (cedro blanco), *Tabebuia donnell-smithii* (primavera)

y *Guazuma ulmifolia* (guacimo). La madera se recolectó en aserraderos del Estado de Michoacán, México y fue identificada anatómicamente en el Laboratorio de Mecánica de la Madera, de la Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera, de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.

Con el objeto de alcanzar su contenido de humedad en equilibrio, la madera se almacenó durante 180 días en una cámara de acondicionamiento con temperatura de 20 °C (± 1 °C) y con una humedad relativa del aire de 20 % (± 2 %), hasta que su peso fue constante. Las dimensiones de las probetas fueron 0.02 m x 0.02 m de sección transversal y 0.32 m de largo. Las probetas contenían solo madera de duramen, no tenían defectos de crecimiento, tales como nudos y desviación de la fibra, y estuvieron orientadas en las direcciones radial, tangencial y longitudinal del plano leñoso (ISO, 2012).

Métodos

La densidad de la madera se determinó con la relación peso/volumen al momento del ensayo (ISO, 2014a). El contenido de humedad de la madera se calculó con la diferencia de peso anhidro y el correspondiente al momento del ensayo (ISO, 2014b). Las pruebas de flexión estática, de vibraciones transversales, de ondas de esfuerzo y de ultrasonido siguieron la metodología reportada por Sotomayor Castellanos (2014).

El contenido de humedad de la madera se calculó con la fórmula (1) propuesta por Bodig y Jayne (1982):

$$CH = \frac{w_{CH} - w_A}{w_A} (100) \dots\dots\dots (1)$$

Donde:

CH = Contenido de humedad de la madera al momento del ensayo (%)

w_{CH} = Peso de la probeta a un contenido de humedad CH (kg)

w_A = Peso de la probeta en estado anhidro: $CH = 0\%$ (kg)

La densidad de la madera se calculó con la fórmula (2) propuesta por Bodig y Jayne (1982):

$$\rho_{CH} = \frac{w_{CH}}{V_{CH}} \dots\dots\dots (2)$$

Donde:

ρ_{CH} = Densidad de la madera a un contenido de humedad CH (kg/m³)

w_{CH} = Peso de la probeta a un contenido de humedad CH (kg)

V_{CH} = Volumen de la probeta a un contenido de humedad CH (m³)

El módulo de elasticidad en flexión estática se calculó con la fórmula (3) propuesta por Bodig y Jayne (1982):

$$MOE = \frac{P}{y} \frac{L^3}{48I} \dots\dots\dots (3)$$

Donde:

MOE = Módulo de elasticidad en flexión estática (Pa)

P = Carga (N)

L = Distancia entre apoyos (m)

y = Deformación (m)

I = Momento de inercia de la sección transversal (m⁴)

El módulo de elasticidad en vibraciones transversales se calculó con la fórmula (4) propuesta por Machek *et al.* (2001):

$$E_{vt} = \frac{4 \pi^2 L_{vt}^4 f_{vt}^2 \rho_{CH}}{m^4 r^2} \left(1 + \frac{r^2}{l_{vt}^2} K \right) \dots\dots\dots (4)$$

Donde:

E_{vt} = Módulo de elasticidad en vibraciones transversales (Pa)

L_{vt} = Largo de la probeta (m)

l_{vt} = Distancia entre apoyos (m)

f_{vt} = Frecuencia natural de la probeta (Hz)

ρ_{CH} = Densidad de la madera a un contenido de humedad CH (kg/m³)

m, K = Constantes adimensionales (12.65, 49.48)

r = Radio de giro de la sección transversal de la probeta (m²)

Con: $r = \sqrt{I/A}$

I = Momento de inercia de la sección transversal de la probeta (m^4)

A = Área de la sección transversal de la probeta (m^2)

El módulo de elasticidad por ondas de esfuerzo se calculó con la fórmula (5) propuesta por Pellerin y Ross (2002):

$$E_{oe} = v_{oe}^2 \rho_{CH} \dots\dots\dots (5)$$

Donde:

E_{oe} = Módulo de elasticidad por ondas de esfuerzo (Pa)

v_{oe} = Velocidad de las ondas de esfuerzo (m/s)

ρ_{CH} = Densidad de la madera a un contenido de humedad CH (kg/m^3)

El módulo de elasticidad por ultrasonido se calculó con la fórmula (6) propuesta por Pellerin y Ross (2002):

$$E_{us} = v_{us}^2 \rho_{CH} \dots\dots\dots (6)$$

Donde:

E_{us} = Módulo de elasticidad por ultrasonido (Pa)

v_{us} = Velocidad del ultrasonido (m/s)

ρ_{CH} = Densidad de la madera a un contenido de humedad CH (kg/m^3)

Diseño experimental

Se planearon tres experimentos de acuerdo con Gutiérrez y de la Vara (2012). El primero consistió en pruebas de normalidad, calculando el apuntalamiento y el sesgo, para confirmar que los datos de las muestras provenían de distribuciones normales. El segundo experimento consistió en el cálculo de los estadísticos descriptivos: media aritmética, desviación estándar y coeficiente de variación. El tercer experimento consistió en el análisis de regresiones lineales, simples y múltiples, entre el módulo dinámico por vibraciones transversales, el módulo dinámico por ondas de esfuerzo y el módulo dinámico por ultrasonido como variables explicativas del módulo de elasticidad en flexión estática. Los cálculos

estadísticos fueron realizados con el programa *Statgraphics®* para un nivel de confianza de 95 %.

TABLA 1
Densidad y módulos de elasticidad

	ρ_{CH} (kg/m ³)	MOE (MPa)	E_{vt} (MPa)	E_{oe} (MPa)	E_{us} (MPa)
Spathodea campanulata					
$\bar{x}$	357	3,563	3,765	2,858	4,860
σ	30	657	649	395	776
CV	8.5	18.4	17.2	13.8	16.0
Gyrocarpus americanus					
$\bar{x}$	397	6,157	6,274	4,789	8,012
σ	28	1,030	990	697	1,295
CV	7.0	16.7	15.8	14.5	16.2
Cupressus lindleyi					
$\bar{x}$	440	10,015	10,815	7,537	14,042
σ	41	970	1,042	635	1,066
CV	9.4	9.7	9.6	8.4	7.6
Tabebuia donnell-smithii					
$\bar{x}$	628	9,582	9,753	7,441	12,681
σ	28	1,041	908	648	1,109
CV	4.5	10.9	9.3	8.7	8.7
Guazuma ulmifolia					
$\bar{x}$	730	8,226	8,765	6,735	11,389
σ	46	1,027	1,165	1,095	1,208
CV	6.4	12.5	13.3	16.3	10.6
ρ_{CH} = Densidad; MOE = Módulo de elasticidad en flexión estática; E_{vt} = Módulo de elasticidad por vibraciones transversales; E_{oe} = Módulo de elasticidad por ondas de esfuerzo; E_{us} = Módulo de elasticidad por ultrasonido.					

Resultados y discusión

La madera tuvo un contenido de humedad promedio de 11 %, en un intervalo que va desde 9.5 % hasta 12.7 %, y con un coeficiente de variación de 3.5 %. La madera se acondicionó a un estado de humedad seco y homogéneo. De tal forma, que se consideró que la variación en el contenido de humedad de la madera, no intervino de manera significativa en los resultados.

Para la densidad y los módulos de elasticidad, los valores de apuntalamiento y de sesgo de las pruebas de normalidad, confirmaron que los datos de las muestras provenían de distribuciones normales.

La Tabla 1 presenta los resultados de la densidad y de los módulos de elasticidad de las especies estudiadas, así como los estadísticos descriptivos media aritmética, desviación estándar y coeficiente de variación.

La magnitud de la densidad de la madera, varió en un amplio intervalo, lo cual permitió observar una extensa gama de valores de módulos de elasticidad. De acuerdo con la clasificación propuesta por Sotomayor y Ramírez (2013), la densidad de las especies se cataloga de la siguiente manera: *Spathodea campanulata* y *Gyrocarpus americanus*, muy baja; *Cupressus lindleyi*, baja; *Tabebuia donnell-smithii*, media; y *Guazuma ulmifolia*, alta.

Los resultados presentados en la Tabla 1, son comparables con los correspondientes a maderas con densidades similares y reportadas en la literatura (Tamarit y López, 2007). Los valores de los coeficientes de variación, se sitúan igualmente en un rango similar a los de maderas mexicanas (Sotomayor, 2015a). Los valores medios de los módulos de elasticidad, no son proporcionales a los correspondientes a su densidad.

En efecto, un paradigma en ciencias de la madera es reiterar que la resistencia mecánica de la madera es proporcional a su densidad (Bowyer *et al.*, 2007). Este argumento es válido desde una perspectiva general. Sin embargo, en este caso de estudio, la tendencia en el aumento de los módulos de elasticidad, no correspondió al incremento en la densidad de la madera.

La Tabla 2 muestra los resultados del ajuste de varios modelos de regresión múltiple y simple para describir la relación entre el módulo estático MOE como la variable dependiente, en función de los tres módulos dinámicos E_{vt} , E_{oe} y E_{us} , como variables predictores. Los modelos se han ajustado conteniendo todas las combinaciones desde 1 hasta 3 variables. El estadístico R^2 mide la proporción de variabilidad en MOE que es explicada por el modelo.

Las diferencias entre los coeficientes de determinación (R^2) de las regresiones presentadas en la Tabla 2, son similares, con una diferencia de 1.5 % entre el coeficiente mayor de la regresión (1) y el menor de la regresión (7). El mejor modelo, correspondiente a la regresión (1), contiene las variables, E_{vt} , E_{oe} y E_{us} .

TABLA 2
Regresiones múltiples y simples

No.	Regresión	Tipo	R^2
(1)	$MOE = 85.43 + 0.6169 E_{vt} + 0.1666 E_{oe} + 0.1557 E_{us}$	Múltiple	0.97
(2)	$MOE = 152.13 + 0.6462 E_{vt} + 0.2225 E_{us}$	Múltiple	0.97
(3)	$MOE = 77.27 + 0.7616 E_{vt} + 0.2446 E_{oe}$	Múltiple	0.97
(4)	$MOE = 101.29 + 0.2655 E_{oe} + 0.5736 E_{us}$	Múltiple	0.96
(5)	$MOE = 193.40 + 0.9290 E_{vt}$	Simple	0.97
(6)	$MOE = 57.18 + 1.2690 E_{oe}$	Simple	0.92
(7)	$MOE = 211.91 + 0.7156 E_{us}$	Simple	0.96

MOE = Módulo de elasticidad en flexión estática; E_{vt} = Módulo dinámico por vibraciones transversales; E_{oe} = Módulo dinámico por ondas de esfuerzo; E_{us} = Módulo dinámico por ultrasonido; R^2 = Coeficiente de determinación para un nivel de confianza de 95 %.

La Figura 1 presenta las regresiones simples entre el módulo de elasticidad estático y los módulos dinámicos por vibraciones transversales, por ondas de esfuerzo y por ultrasonido. En las Figuras 1a, 1b y 1c, los puntos redondos corresponden a resultados de 175 probetas ensayadas en la investigación. Como existen valores iguales o similares, por un efecto de escala, aparentemente en el gráfico no se muestran todos los valores. Las regresiones y los coeficientes de determinación corresponden a las regresiones simples (5), (6) y (7) de la Tabla 2.

Conclusiones

Las regresiones calculadas permiten estimar el módulo de elasticidad estático a partir de los módulos dinámicos con una precisión aceptable para fines de caracterización mecánica de una madera. Estos resultados derivan de la investigación con cinco especies y un tamaño de muestra aceptable.

Las regresiones múltiples calculadas son útiles para experimentación en ciencias de la madera. Para fines prácticos, las regresiones simples permiten estimar el módulo de elasticidad estático con una precisión razonable.

Sin embargo, para fines de cálculo y diseño estructural, es recomendable considerar la influencia de la variación de los valores de las características físicas entre especies de madera, el efecto de las dimensiones y de la calidad entre las probetas de pequeñas dimensiones libres de defectos de crecimiento, la posible diferencia de los valores correspondientes a elementos estructurales, tales como vigas y columnas con calidad y dimensiones empleados en ingeniería de la madera.

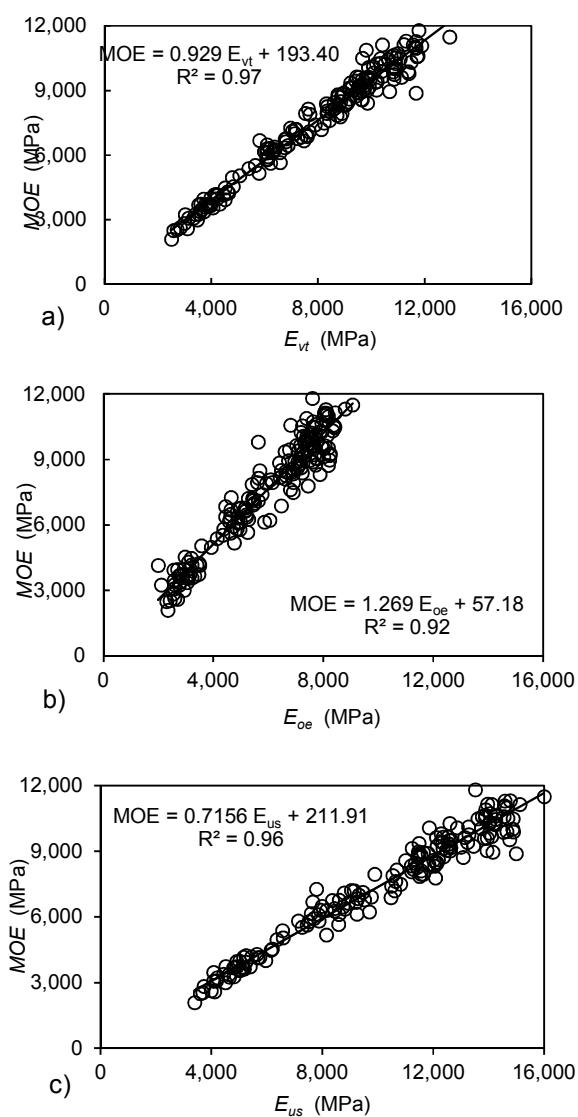


Figura 1. Regresiones entre el módulo de elasticidad estático (MOE) y los módulos dinámicos: a) por vibraciones transversales (E_{vt}); b) por ondas de esfuerzo (E_{oe}); c) por ultrasonido (E_{us}). R^2 = Coeficiente de determinación para un nivel de confianza de 95 %.

Agradecimientos

A los alumnos de la Facultad de Ingeniería en Tecnología de la Madera por su participación en los trabajos de laboratorio. La investigación estuvo patrocinada por la Coordinación de la Investigación Científica de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo y por el Consejo Estatal de Ciencia, Tecnología e Innovación, del Estado de Michoacán.

Referencias

- American Society for Testing and Materials (ASTM). 2014. ASTM D143-14 Standard Test Methods for Small Clear Specimens of Timber. ASTM International.
- Bodig, J. and Jayne, B. A. 1982. Mechanics of Wood Composites. New York: Van Nostrand Reinhold.
- Bowyer, J. L., Shmulsky, R. and Haygreen, J. G. 2007. Forest Products and Wood Science. Hoboken: Wiley.
- Gutiérrez Pulido, H. y de la Vara Salazar, R. 2012. Análisis y diseño de experimentos. México: Mc Graw-Hill.
- International Organization for Standardization (ISO). 2012. ISO 3129:2012. Wood - Sampling methods and general requirements for physical and mechanical testing of small clear wood specimens. International Organization for Standardization.
- International Organization for Standardization (ISO). 2014a. ISO 13061-2:2014. Physical and mechanical properties of wood. Test methods for small clear wood specimens. Part 2: Determination of density for physical and mechanical tests. International Organization for Standardization.
- International Organization for Standardization (ISO). 2014b. ISO 13061-1:2014. Physical and mechanical properties of wood. Test methods for small clear wood specimens. Part 1: Determination of moisture content for physical and mechanical tests. International Organization for Standardization.
- Jayne, B. A. 1959. Vibrational properties of wood as indices of quality. Forest Products Journal, 9(11), 413-416.
- Machek, L., Militz, H. and Sierra-Alvarez, R. 2001. The use of an acoustic technique to assess wood decay in laboratory soil-bed tests. Wood Science and Technology, 34(6), 467-472.
- Pellerin, R. F. and Ross, R. J. 2002. Nondestructive Evaluation of Wood. Peachtree Corners: Forest Products Society.

- Silva Guzmán, J. A., Fuentes Talavera, F. J., Rodríguez Anda R., Torres Andrade, P. A., Lomelí Ramírez, M. A., Ramos Quirarte, J., Waitkus, C. y Richter, G. H. 2010. Fichas de propiedades tecnológicas y usos de maderas nativas de México e importadas. México: Universidad de Guadalajara y Comisión Nacional Forestal.
- Sotomayor Castellanos, J. R. 2014. Caracterización mecánica de la madera con métodos no destructivos. Morelia: Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. 339 p. ISBN: 978-607-00-8079-1.
- Sotomayor Castellanos, J. R. 2015a. Banco FITECMA de características físico-mecánicas de maderas mexicanas. Morelia: Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. 65 p. ISBN: 978-607-00-9036-3.
- Sotomayor Castellanos, J. R. 2015b. Comportamiento elástico de la madera. Morelia: Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. 320 p. ISBN: 978-607-00-9162-9.
- Sotomayor Castellanos, J. R. y Ramírez Pérez, M. 2013. Densidad y características higroscópicas de maderas mexicanas. Base de datos y criterios de clasificación. *Investigación e Ingeniería de la Madera*, 9(3), 3-29.
- Tamarit Urias, J. C. y López Torres, J. L. 2007. Xilotecnología de los principales árboles tropicales de México. San Martinito Tlahuapan: Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias.