

Proyección de luz estructurada para la reconstrucción de superficies en 3D

Mauricio Ortiz-Gutiérrez¹, Luis Mariano Hernández-Ramírez¹, Marco Antonio Salgado-Verduzco¹, Mario Pérez-Cortés², Juan Carlos Ibarra-Torres³.

¹Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo; ²Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Yucatán; ³Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingeniería, Universidad de Guadalajara.

Resumen

En este trabajo empleamos la proyección de luz estructurada para la digitalización tridimensional de la topografía de superficies de objetos milimétricos. Esto se logra cuando un patrón de luz formado por líneas claras y oscuras es modulado al ser proyectado sobre la superficie de un objeto mientras es observado a través de un microscopio óptico. La imagen que se obtiene es capturada con una cámara CCD y almacenada en una computadora. Mediante el procesamiento digital de las imágenes obtenidas es posible visualizar la topografía de las superficies.

Palabras clave: Luz estructurada, reconstrucción de superficies, procesamiento de imágenes.

Abstract

In this work we use the structured Light projection technique for the three-dimensional object surface reconstruction. The technique is achieved when a Light pattern composed by clear and dark lines is projected on the object surface

producing its deformation that is observed through an optical microscope, captured by CCD camera and stored in a computer. After that, the acquired image is analyzed and processed to visualize the object surface topography.

Keywords: Structured light, surface reconstruction, images processing.

1. Introducción

Hoy en día el desarrollo de la óptica tiene un gran auge gracias al impacto que tienen sus aplicaciones en las actividades del ser humano. Estas se pueden dividir en cuatro grandes áreas y en las cuales inciden las investigaciones que en la actualidad se realizan: instrumentación óptica (Torres Vidales 2010), comunicaciones ópticas (Singh, 1996), fotónica (Saleh y Teich, 1999) y metrología óptica (Gasvik, 2002).

La metrología óptica es de suma importancia en la solución de problemas relacionados con la industria automovilística, aerostática, análisis no destructivo de materiales compuestos, inspección de turbinas y detección de fracturas en elementos mecánicos, entre otras.

Gracias a la Metrología Óptica se pueden realizar mediciones de objetos con relativa facilidad y permite analizar algunas de sus propiedades físicas tales como: esfuerzo, desplazamiento, distancia, presión, temperatura, velocidad, forma, dimensiones, etc., de objetos y/o regiones de observación. Entre algunas de las técnicas que se emplean en la metrología óptica cuya característica principal es que son pruebas sin contacto, se encuentran los sistemas ópticos basados en la técnica de proyección de franjas, efecto moiré, efecto Talbot e interferometría de moteado (Gasvik, 2002).

En este trabajo se utiliza la técnica de proyección de franjas para digitalizar la superficie de los objetos a analizar. Mediante una aplicación de procesamiento de imágenes utilizando el método de fase por pasos (Martínez et al 2004a, Martínez et al 2005b) se implementa la forma que permite visualizar e interpretar la topografía de las superficies y proporciona información cualitativa de los cambios superficiales que presentan. Los objetos que se utilizan son de tamaño milimétrico.

2. Teoría

Con frecuencia, las rejillas utilizadas en metrología óptica son transparencias cuya función matemática que la describe es llamada función de transmitancia $t(x,y)$ y es

dada por una función de onda cuadrada (Gasvik, 2002). Una alternativa de estas funciones es describir la transmitancia de la rejilla, mostrada en la figura 1, con una función cosenoidal de frecuencia constante y que está dada por

$$t(x,y) = a + b \cos(2\pi fx), \dots\dots\dots (1)$$

donde $f = 1/d$ es la frecuencia de la rejilla, del periodo d y a y b son constantes conocidas como iluminación de fondo y contraste respectivamente. En la ecuación (1) el término $(2\pi fx)$ es el argumento de la función coseno y es conocido como fase.

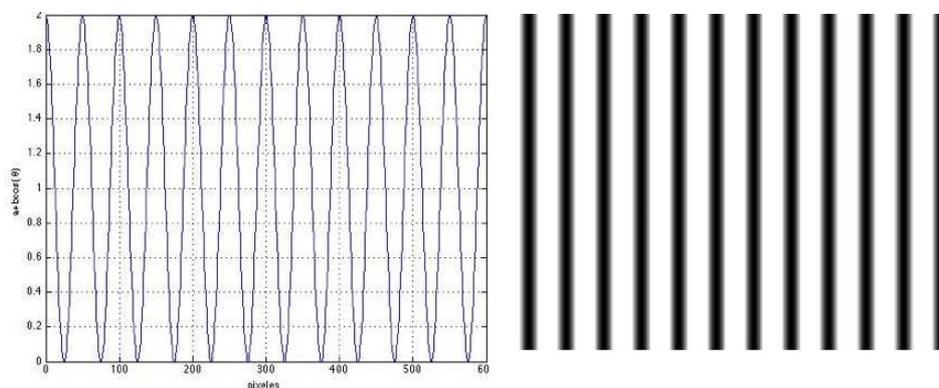


Figura 1. (a) Esquema de una rejilla cosenoidal generada en computadora y (b) perfil de la rejilla cosenoidal generada con los parámetros $a=b=1$ y $f=50$ píxeles.

La razón por la que estas rejillas son usadas en metrología es debido a que pueden ser moduladas en fase. Esto significa que la rejilla dada por la ecuación (1) se puede expresar como

$$t(x,y) = a + b \cos \left[2\pi (fx + \Psi(x)) \right], \dots\dots\dots (2)$$

donde $\Psi(x)$ es la función de modulación de fase y es igual al desplazamiento lateral de las líneas de la rejilla respecto a su posición original dividido por el período de la rejilla y está dada por

$$\Psi(x) = \frac{u(x)}{d_x}, \dots\dots\dots (3)$$

donde $u(x)$ es el desplazamiento lateral de la rejilla. Este desplazamiento lateral puede llevarse a cabo de diferentes formas (Gasvik, 2002) siendo el desplazamiento mecánico el más sencillo.

Este desplazamiento puede ser diferente o constante para cada punto de la rejilla. El desplazamiento para cada punto de la rejilla se logra proyectando la rejilla sobre la superficie de un objeto que presente algún relieve lo que provoca la deformación en la rejilla tal como se muestra esquemáticamente en la figura 2.

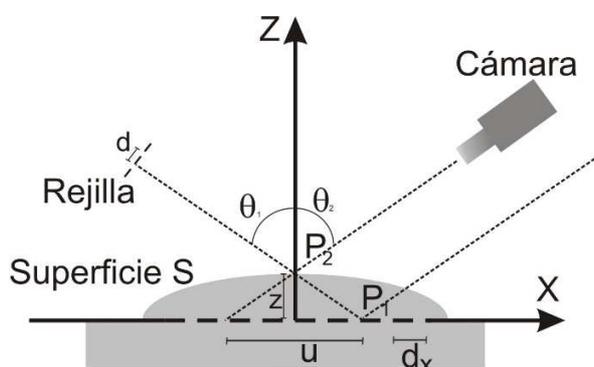


Figura 2. Geometría para la proyección de una rejilla. Se muestra el perfil de la rejilla pero no el sistema óptico que la proyecta.

Como puede observarse en la figura 2 las franjas de la rejilla son proyectadas sobre la superficie de un objeto colocado sobre el plano xy y observadas por una cámara. Un rayo de luz que sale de la rejilla forma un ángulo θ_1 con la normal a la superficie, mientras que el haz reflejado forma un ángulo θ_2 con la normal. El periodo de las franjas proyectadas sobre la superficie horizontal a lo largo del eje x , y representado por d_x , se expresa por medio de la ecuación (4)

$$d_x = \frac{d}{\cos \theta_1} \dots\dots\dots (4)$$

donde d es el periodo de la rejilla que se proyecta.

En la figura 2 se puede ver que una franja originalmente colocada en P_1 sobre el plano xy se desplazará a P_2 debido a la superficie S . Si se proyecta el punto P_2 sobre el plano xy y se captura con la cámara se encuentra que el desplazamiento, $u(x)$, está dado por la ecuación

$$u(x) = z(\tan\theta_1 + \tan\theta_2), \dots\dots\dots (5)$$

donde z es la altura del punto P_2 medida por encima del plano xy . Sustituyendo las ecuaciones (4) y (5) en la ecuación (3) se obtiene que la función de modulación después de usar algunas identidades trigonométricas, se puede escribir como

$$\Psi(x) = \frac{u(x)}{d_x} = \frac{z\text{sen}(\theta_1 + \theta_2)}{d \cos\theta_2} \dots\dots\dots (6)$$

Sustituyendo la ecuación (6) en la ecuación (2), la distribución de intensidad a través de la superficie se puede escribir como

$$I(x) = a + b \cos[\Phi(x)] \dots\dots\dots (7)$$

donde

$$\Phi(x) = \frac{2\pi}{d} \left(x \cos\theta_1 + z \frac{\text{sen}(\theta_1 + \theta_2)}{\cos\theta_2} \right) \dots\dots\dots (8)$$

Comparando las ecuaciones (2) y (7) se observa que tiene la misma forma, con la diferencia que la fase en la ecuación (7) está relacionada con la altura z de la superficie que se analiza tal como se muestra en la ecuación (8). De esta manera, si se conoce la fase de la rejilla deformada se puede determinar la forma en 3D que tiene la superficie. Esto se lleva a cabo mediante procesado digital de imágenes.

La ecuación (7) representa una rejilla cosenoidal modulada en fase que permite obtener una nube de puntos que describen la superficie sobre la que se proyectó la rejilla.

Adicional a esta modulación de fase, se puede introducir una modulación constante y controlada experimentalmente sobre la rejilla si se aplican desplazamientos laterales. La ecuación que describe a una rejilla cosenoidal proyectada sobre una superficie con relieve y con un desplazamiento lateral adicional respecto de su posición original se representa mediante la ecuación (9).

$$I(x) = a + b \cos[\Phi(x) + \alpha] \dots\dots\dots (9)$$

donde α es la fase adicional que se introduce al desplazar la rejilla.

Las técnicas para la determinación de la fase y , por consiguiente, para obtener la nube de puntos z , se pueden dividir en dos categorías básicas: electrónica y analítica, las técnicas electrónicas son también conocidas como interferometría heterodina (Rodríguez Zurita 1991) y no son tratados en este trabajo. Para las técnicas analíticas, es necesario el registro de la intensidad de la rejilla proyectada mientras la fase adicional es modulada, es decir, es necesaria la adquisición de una fotografía de la rejilla proyectada sobre el objeto por cada desplazamiento lateral α que se introduce. Esta información se envía a una computadora para que posteriormente se utilice para calcular la intensidad relativa de las mediciones.

Los métodos de análisis de imágenes se pueden subdividir en dos técnicas, una que integra la intensidad mientras que la fase se va incrementando linealmente y, la segunda técnica cuando se modifica la fase en pasos entre cada medición de intensidad. Este último método es conocido como análisis de fase por pasos y es el que utilizamos en este trabajo.

La ecuación (9) tiene tres incógnitas, a , b y $\Phi(x)$ por lo que para determinar la intensidad se requiere un mínimo de tres mediciones. Estas mediciones se realizan aplicando un desfase α_i (con $i=1,2,3$) que puede tener cualquier valor entre $-\pi$ y π radianes para cada medición. De esta forma, la altura z del objeto se encuentra resolviendo el sistema de 3 ecuaciones para la fase Φ .

Para calcular la fase Φ considérese, de manera general, que se introducen N desplazamientos de fase adicional en cuyo caso, la ecuación que representa la rejilla cosenoidal a la que se introduce la i -ésima fase está dada por

$$I_i(x) = a + b \cos(\Phi + \alpha_i) = a_0 + a_1 \cos \alpha_i + a_2 \text{sen} \alpha_i \dots\dots\dots (10)$$

donde $i=1, 2, \dots N$ y además

$$a_0 = a \dots\dots\dots (11)$$

$$a_1 = b \cos \Phi \dots\dots\dots (12)$$

$$a_2 = -b \operatorname{sen} \Phi \dots\dots\dots(13)$$

El valor de la fase Φ que determina la altura z de la superficie del objeto se encuentra haciendo el cociente de las ecuaciones (12) y (13), de tal forma que

$$\frac{a_2}{a_1} = -\frac{\operatorname{sen} \Phi}{\operatorname{cos} \Phi} = -\tan \Phi \dots\dots\dots(14)$$

por lo que la fase Φ está dada por

$$\Phi = \arctan\left(-\frac{a_2}{a_1}\right) \dots\dots\dots(15)$$

Al hacer N pasos, es decir $i=1, 2, \dots, N$, se tiene un conjunto de N ecuaciones, por lo que la ec. 10 se puede escribir en forma matricial como

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ M \\ I_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \operatorname{cos} \alpha_1 & \operatorname{sen} \alpha_1 \\ 1 & \operatorname{cos} \alpha_2 & \operatorname{sen} \alpha_2 \\ M & M & M \\ 1 & \operatorname{cos} \alpha_N & \operatorname{sen} \alpha_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \dots\dots\dots(16)$$

Los coeficientes a_0 , a_1 y a_2 se pueden calcular resolviendo el sistema de N ecuaciones representado por la ecuación (16).

En este trabajo se emplea la técnica de 11 pasos ($N=10$) debido al periodo de la rejilla que se sintetizó en el laboratorio. Cada paso se obtiene de la relación de

$$\Delta\alpha = \alpha_{i+1} - \alpha_i = \frac{2\pi}{N} \dots\dots\dots(17)$$

donde $N=10$, de tal manera que los desplazamientos mecánicos adicionales que se introdujeron a la rejilla están dados por

$$\alpha = -\pi, -\frac{4\pi}{5}, -\frac{3\pi}{5}, -\frac{2\pi}{5}, -\frac{\pi}{5}, 0, \frac{\pi}{5}, \frac{2\pi}{5}, \frac{3\pi}{5}, \frac{4\pi}{5}, \pi \dots\dots\dots(18)$$

por lo que de acuerdo al párrafo anterior se tienen 11 pasos o valores para la constante α . Sustituyendo el valor de α_i , dado en la ecuación (18), en la ecuación (16) se obtiene la ecuación de 11 pasos para la fase de Φ y después de un análisis algebraico se obtiene:

$$\Phi = \arctan \left(\frac{38.28(l_7 + l_{10} - l_2 - l_5) + 61.81(l_8 + l_9 - l_3 - l_4)}{50(l_1 - l_{11}) + 39.49(l_2 - l_{10}) + 11.99(l_3 - l_9) - 21.99(l_4 - l_8) - 49.99(l_5 - l_7) - 60l_6} \right) \dots\dots\dots(19)$$

los términos l_1, l_2, \dots, l_{11} de la ecuación (19) representan las fotografías de la rejilla proyectada con el desplazamiento adicional, es decir, la fotografía l_1 corresponde a la rejilla proyectada y desplazada $-\pi$ radianes, la fotografía l_2 corresponde a la rejilla proyectada y desplazada $-4\pi/5$ radianes, y así sucesivamente.

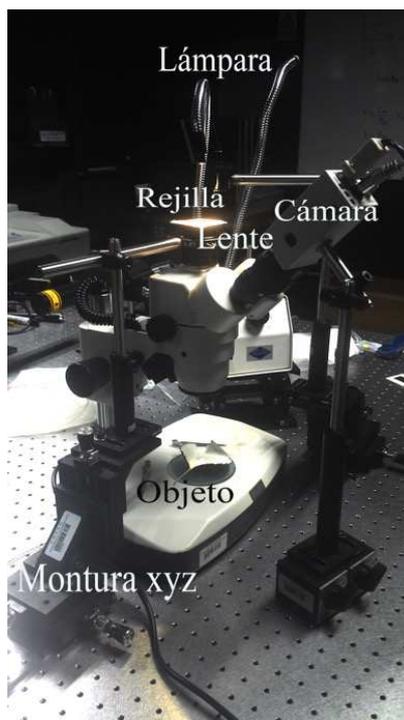


Figura 3. Fotografía del arreglo experimental empleado. La rejilla cosenoidal se proyecta sobre el objeto a través del tubo del microscopio. La cámara CCD se coloca en uno de los oculares.

3. Resultados

En la figura 3 se muestran las fotografías del arreglo experimental empleado que consiste en un microscopio binocular con un objetivo de 40x y un ocular 10x que tiene una adaptación para la cámara CCD. La frecuencia de la rejilla que se utiliza para proyectar las franjas es de 100 líneas/cm que equivale a un periodo de 100 micras. Esta rejilla es iluminada por una fuente de luz blanca de 150 watts de potencia. La lente que se muestra en la figura 3 permite enfocar la imagen de la rejilla sobre el objeto bajo estudio y tiene una distancia focal de 10 cm, los objetos que se desean analizar se colocan en la platina del microscopio.

Para introducir los desfases constantes se colocó la rejilla en una montura mecánica que permite un desplazamiento en las direcciones xyz con un paso mínimo de 10 micras en cada eje. La rejilla se coloca sobre el microscopio en la apertura para la cámara CCD y ésta se coloca sobre uno de los oculares como se aprecia en la figura 3. No se coloca la cámara CCD sobre su apertura debido a la dificultad para proyectar la rejilla por alguno de los oculares. Las imágenes que se capturan con la cámara se almacenan en formato BMP a color con tamaño de 640 x 480 pixeles.

Los objetos que se utilizaron en este trabajo son partes del escudo de la Universidad Michoacana que se obtuvo de una tarjeta de presentación personal con el escudo troquelado. La tarjeta está hecha en cartulina de 9cm x 5.5cm y el escudo ocupa un área de 2cm x 1.6cm y el área utilizada tiene un tamaño de 3mm x 2mm.

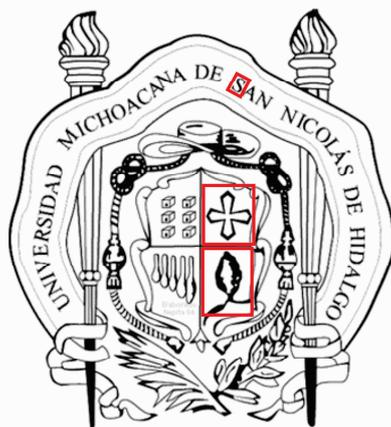


Figura 4. Escudo de la Universidad Michoacana. Se muestran en un cuadro rojo las zonas que fueron digitalizadas.

El escudo tiene borde de 0.0032mm de altura que fue medido utilizando un micrómetro digital y se generan aplicando una presión de 5.3 N/cm² sobre el papel. En la figura 4 se muestra el escudo de la universidad y se marca la zona que se utilizó.

Para la adquisición del relieve en 3D de los objetos se realizó la captura y procesamiento de 11 medidas de intensidad capturadas, es decir, de 11 fotografías de la rejilla proyectada sobre la superficie y además desplazada lateralmente. Este desplazamiento equivale a 10 micrómetros entre cada fotografía. En la tabla 1 se muestran las 11 fotografías que se capturaron.

Para procesar las imágenes se utilizó el software Mathcad por su fácil manejo y programación sencilla. Para ello se requiere que el formato de las imágenes digitales sea en BMP y a escala de grises de 8 bits ya que esto asegura que la imagen contenga en cada uno de los elementos de la matriz solo el valor de intensidad que le corresponde.

Usando un algoritmo en mathcad para procesar las imágenes mostradas en la tabla 1 se obtiene la zona digitalizada que es mostrada en la figura 5.

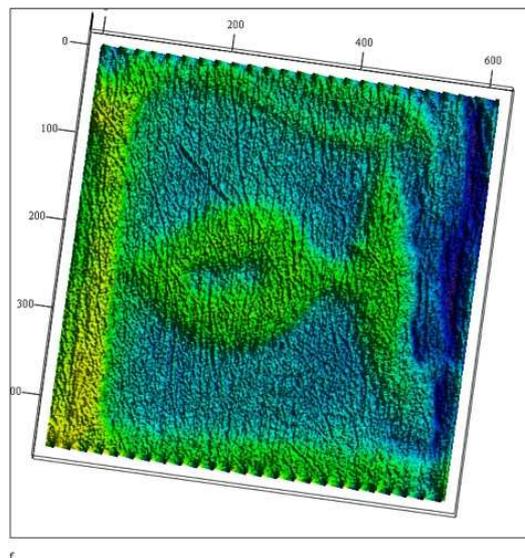
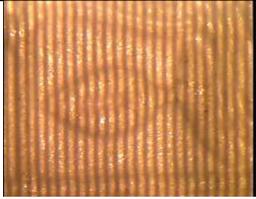
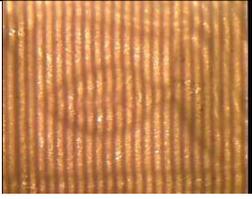
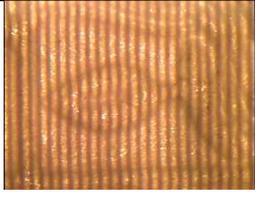
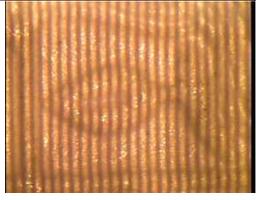
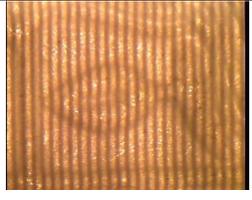
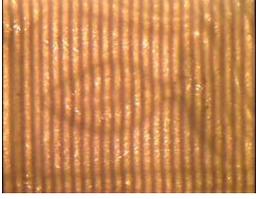
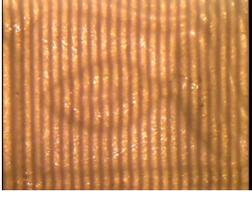
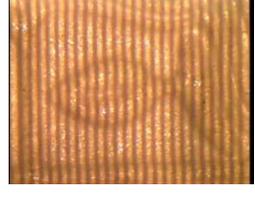
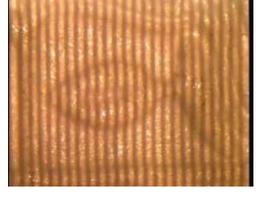
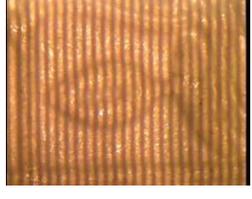


Figura 5. Imagen de la superficie digitalizada. Los colores muestran zonas que tienen la misma altura.

TABLA 1

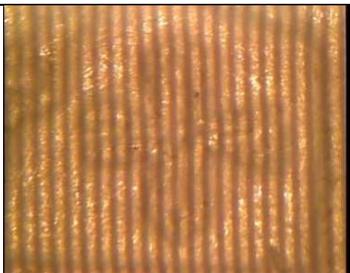
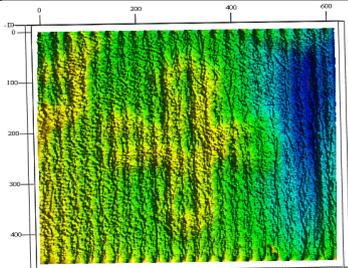
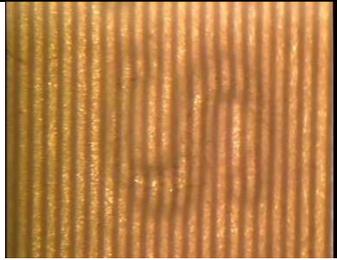
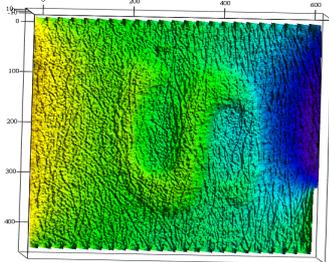
Fotografías de la rejilla proyectada sobre una de las zonas del escudo. Las franjas en cada fotografía están desplazadas lateralmente $\pi/5$ radianes equivalentes a 10 micras.

Desplazamiento: $-\pi$	Desplazamiento: $-4\pi/5$	Desplazamiento: $-3\pi/5$
		
Desplazamiento: $-2\pi/5$	Desplazamiento: $-\pi/5$	Desplazamiento: 0
		
Desplazamiento: $\pi/5$	Desplazamiento: $2\pi/5$	Desplazamiento: $3\pi/5$
		
Desplazamiento: $4\pi/5$	Desplazamiento: π	
		

En la tabla 2 se muestra una de las 11 fotografías de la rejilla proyectada sobre diferentes zonas del escudo de la Universidad Michoacana y se muestra también la superficie digitalizada.

TABLA 2

Fotografías e imágenes de las superficies de los objetos con la rejilla proyectada sobre la superficie e imágenes de la superficie digitalizada.

Fotografía de la superficie del objeto con la rejilla proyectada y con un desplazamiento de $-\pi$ radianes.	Imagen de la superficie digitalizada.
	
	

4. Conclusiones

Se presentan los resultados experimentales obtenidos a partir de la proyección de luz estructurada para la reconstrucción tridimensional de la topografía de superficies de objetos milimétricos. En esta técnica se reconstruye la topografía de un objeto a partir de la deformación de un sistema periódico de franjas formadas por líneas blancas y oscuras, proyectadas sobre el objeto que es observado a través de un microscopio óptico. La imagen que se obtiene de las franjas deformadas fue

registrada por una cámara CCD. El arreglo experimental nos proporcionó buenos resultados por su buena estabilidad física y su fácil manejo.

5. Referencias

- Gasvik Kjell J 2002. Optical Metrology. John Wiley. England.
- Jasprit Singn 1996. Optoelectronics an introduction to materials and devices. McGraw-Hill. USA.
- Martínez A, Rayas J.A, Puga H.J, Rodríguez-Vera R. (a) 2004. Metrología óptica en detección de grietas en elementos mecánicos. Memorias del 1er encuentro participación de la mujer en la ciencia. León, Guanajuato, México.
- Martínez A., Rayas J. A., Flores M. J.M., Rodríguez-Vera R., Donato Aguayo D. (b) 2005. Técnicas ópticas para el contorno de superficies tridimensionales. Revista Mexicana de Física. 51(4): 431-436.
- Rodríguez Zurita G. 1991. Interferometrías heterodina y cuasi heterodina: ideas fundamentales. Revista Mexicana de Física. 37(3): 396-417.
- Saleh, Bahaa E.A. y Teich, M. C. 1999. Fundamentals of photonics. John Wiley. USA.
- Torres Vidales Eugenia 2010. Análisis cualitativo de la topografía de objetos por proyección de luz estructurada. Tesis de licenciatura. Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Universidad Michoacana de San Nicolás Hidalgo. Morelia, Michoacán, México.