58 Ciencia Nicolaita

Ecuaciones para determinar el volumen en pie para árboles de *Pinus michoacana* Mtz. y *Pinus michoacana var. Cornuta* Martínez, en dos municipios de Michoacán

J. Jesús García Magaña[1], Juan Cosme Velarde Ramírez[2], Jonathan Hernández Ramos[3], Xavier García Cuevas[3], H. Jesús Muñoz Flores[4] y G. Geraldine García Espinoza[1]

[1]Facultad de Agrobiología "Presidente Juárez", UMSNH; [2]Asesoría Técnica Forestal S.A.; [3]INIFAP C.E. Chetumal; [4]INIFAP C.E. Uruapan.

Resumen

Uno de los principales problemas que enfrentan los productores forestales, es la determinación del volumen en pie que contienen sus bosques debido a que es el principal producto que se extrae de la mayoría de los ecosistemas forestales. Para coadyuvar a solucionar este problema se realizó un muestreo de árboles y determinar las ecuaciones que mejor estiman el volumen en pie de los árbolesde *Pinus michoacana* en los municipios de Ario de Rosales y Taretan, Michoacán. Para cubicar los árboles se tomaron 153 muestras en cada localidad. Las ecuaciones que se consideraron y compararon para estimar el volumen fueron mediante los modelos de

Schumacher-Hall, Thornber, Spurr con la variable combinada aritmética, Spurr con variable combinada logarítmica y Korsun. Los resultados del estadístico R^2 ajustada variaron entre 0.97 y 0.999 en los diferentes modelos y localidades probados. Por otra parte, se emplearon los estadísticos de Durbin Watson, de ShapiroWilk y el análisis de los residuales para verificar la presencia de heterocedasticidad u homocedasticidad; mediante un análisis ponderado, se concluyó que para la elaboración de tablas de volúmenes en Ario de Rosales, el modelo de Spurr con la variable combinada logarítmica presentó el mejor ajuste, mientras que en Taretan el modelo con el mejor ajuste fue el de Schumacher-Hall, sin presentar diferencias importantes con el de Spurr con variable combinada logarítmica. Finalmente, se realizó una prueba de homogeneidad de los modelos obtenidos y se determinó que estadísticamente es factible emplear cualesquiera de ellos en ambas localidades.

Palabras clave: Ecuaciones de volumen, modelos matemáticos, *Pinus michoacana* Mtz., *Pinus michoacana var. Cornuta* Mtz., Predicción de volumen.

Abstract

One of the main problems faced by forest managers is the trouble of how much timber volume has their forest since is the main product gatered from a lot of forest ecosystems. To help solve this problem, one study was designed to develop equations that estimate tree volume in pine forests of the municipalities Taretan and Ario de Rosales, state of Michoacán. To obtain tree volumes, 153 samples of *P. michoacana* in eachlocality were taken. The equationscompared to obtain tree volume were Schumacher-Hall, Thornber, combined with variable arithmetic Spurr, Spurr with logarithmic variable and Korsun models. The results of adjusted R^2 statistic were between 0.97 to 0,999 in the different models and locations tested. Also it was employed the Durbin Watson statistics, the Shapiro-Wilk test and residuals analysis to verify homocedasticity or heterocedasticity presence. With the estimators and using a weighted analysis, was concluded that the development of volume tables for *P. michoacana*in Ario de Rosales, Spurr model with logarithmic variable showed the best fit, and in Taretanthe best model was Schumacher-Hall that hadnotimportant differences withSpurr with logarithmic variable. Finally, a test of models homogeneity was applied and it was determined that it is feasible to use any of them at both locations.

Keywords: Volume equations, Mathematical models, *Pinusmichoacana*Mtz.,*Pinusmichoacana var. cornuta*Mtz., Predicting volumes.

Introducción

Dentro la ciencia de la Dasonomía, una de las actividades importantes es la elaboración de tablas de volumen para las diferentes especies que crecen en los bosques que se

encuentran sometidos a una explotación forestal permanente, ya que por lo general, el volumen maderable es uno de los principales productos que se extraen de los ecosistemas forestales, por lo que al realizar los inventarios forestales se puede determinar con cierta facilidad la cantidad de madera que contiene un bosque. Bajo esta consideración, se proporciona la base para la aplicación de la silvicultura en esas masas forestales. La determinación precisa del volumen individual de los árboles de diferentes especies que al crecer bajo diversas condiciones en el bosque muestran varias formas del tronco y en consecuencia aun cuando dos árboles tengan el mismo diámetro, registran diferentes volúmenes. Las ecuaciones de estimación del volumen y sus formas tabuladas son una de las principales herramientas de que se vale un silvicultor para estimar el volumen de las masas forestales que están bajo su responsabilidad y de esa manera aplicar adecuadamente los métodos silvícolas. Es por eso que la determinación de las tablas de volumen para las diferentes especies que crecen en los bosques es indispensable (Muñoz,2000).

Las ecuaciones de volumen se recomienda que sean elaboradas para cada especie, de preferencia y, si fuera necesario, por cada localidad, lo que obedece a que los ámbitos de crecimiento pueden variar entre especie y de un lugar a otro. Toda tabla de volumen generalmente es de aplicación a una determinada superficie forestal, la limitación del uso de dicha tabla estará dada por la información obtenida en el área de muestreo; en general, las tablas locales poseen una área de aplicación más restringida que las que corresponden a las tablas estándar; ambas, cuando se han obtenido por métodos estadísticos se representan por una ecuación. Según sean las variables participantes en un modelo, las tablas de volumen se clasifican en tablas locales que proveen el volumen a partir del diámetro normal que por lo general reciben el nombre de “tarifa”, las tablas estándar proporcionan el volumen a partir del diámetro normal y la otra variable más usada es la altura total. También hay otro tipo de tablas de forma que estiman el volumen a partir del diámetro normal, la altura y algún indicador de la forma del tronco (Carrillo *et al.*,2004).Debido al cambio dinámico en la estructura arbórea, densidad y composición de especies en las masas forestales actuales, las estimaciones volumétricas o modelos que se venían utilizando con anterioridad, se consideran obsoletas después de un aprovechamiento maderable (Velasco *et al.*, 2006).

Diversos investigadores Europeos como Hundeshagen, Klaupretch, Huber, Koning, Grundner, y Schwapparch, (Tenorio, 2003), entre otros, establecieron la base de las metodologías modernas para elaborar las tablas de volúmenes. Las técnicas en cuestión se difundieron ampliamente a finales del siglo XIX y a principios del XX por varios países de Europa y en los Estados Unidos de Norteamérica y Canadá (Caballero, 1972).

En México se han desarrollado diferentes modelos para la elaboración de tablas de volumen en diferentes especies (Rodríguez y Moreno, 1982; Zepeda,1983, Ortiz, 1990; Quiñónez, 2002; Navarro *et al.,* 2000; Muñoz *et al.*, 2003; Cumplido, 2002; Armendáriz *et al.,*2003; Velasco *et al*., 2006); sin embargo, a veces existe la necesidad de probar modelos matemáticos para cada especie y región del país para obtener una buena precisión al momento de estimar las existencias de volumen. En virtud de la importancia de contar con expresiones tabuladas de diferentes especies de coníferas que crecen en masas naturales en

Michoacán, el objetivo del presente trabajo fue: Generar ecuaciones para predecir el volumen fustal de los árboles en pie de *Pinus michoacana* Mtz. y *Pinus michoacana var. Cornuta* Mtz., en los municipios de Taretan, y Ario de Rosales.

Materiales y métodos

El área de estudio comprende dos municipios del estado de Michoacán;en Ario de Rosales el trabajo se realizó en el predio denominado "Las Escobillas",de ese lugar se obtuvo la información para *Pinus michoacana* Martínez y en la zona forestal de Taretanla de*P. michoacana var. Cornuta* Mtz. Los predios forestales en donde se realizaron los muestreos, pertenecen al Sistema Volcánico Transversal, sobre la faceta topográfica conocida localmente como "Sierra Purhépecha" a una altitud entre 1200 y 1800 msnm y la "Sierra de Ario" entre una altitud de 1500 a 1980 msnm. La topografía es variada en la que se presentan todas las exposiciones y un rango de pendiente de 5 al 45 %.

La geología de la región que se conoce como sistema volcánico transversal, se formó a consecuencia de numerosos volcanes y como consecuencia de gran actividad volcánica, esta región está formada por rocas ígneas y extrusivas, principalmente basaltos, que a su vez han dado origen a suelos que predominan por orden de importancia el Andosol, Regosol, Luvisol y Litosol. El clima predominante en estas dos regiones es el C(W_2), que corresponde al clima más húmedo de los templados sub-húmedos(INEGI,1985). La vegetación predominante del área de estudio son bosques de pino-encino con considerable dominancia del pino. En la Sierra de Ario de Rosales se presenta *Pinus michoacana* asociado con *P. douglasiana, P. lawsonii, P. leiophylla*y *P. Montezumae* y en la Sierra Purhépecha se le encuentra mezclado con *P. lawsonii, P. Leiophylla* y *Pinus oocarpa.*

Selección y derribo del arbolado, troceo y medición de variables

Para construir el modelo del volumen, se consideraron solo árboles representativos de la especie, completamente sanos, con fustes rectos y sin bifurcaciones. Una vez derribados los árboles, las mediciones se realizaron con una forcípula y un flexómetro, en el tronco se marcaron las alturas de 0.30 y 1.30 m, las trozas se seccionaron a longitudes comerciales de 2.51 m en el fuste comercial, 1.10 m en el fuste restante y la longitud hasta la punta; la altura total se obtuvo de la sumatoria de la longitud de cada troza.

Obtención del volumen del tocón, las trozas y la punta

En cada troza, los diámetros de las secciones mayor y menor se transformaron a área basal y con la longitud se procedió a calcular el volumen (1); para obtener el volumen del tocón se empleó solo el diámetro superior y la longitud de 0.3 m (2) y el volumen de la punta se obtuvo con la fórmula del cono (3); de acuerdo a las siguientes expresiones:

$$V_{\text{sec cion}} = \left(\frac{ab_0 + ab_1}{2} \right) * LS \quad (1)$$

$$V_{tocon} = (ab_0) * 0.30m \quad (2)$$

$$V_{punta} = \left(\frac{ab_n + LP}{3} \right) \quad (3)$$

Donde:

ab_0 = Área basal de la sección mayor de la troza (m^2)

ab_1 = Área basal de la sección menor de la roza (m^2)

ab_n = Área basal de la base de la punta (m^2)

LS = Longitud de sección (m)

LP = Longitud de punta (m)

Con la suma de los volúmenes de todas las secciones del árbol más el volumen del tocón y el volumen de la punta se obtuvo el volumen total del fuste. Esto se puede expresar con la siguiente relación:

$$VFT(m^3) = \sum_{i=1}^{n} Vi + Vp + Vt \quad (4)$$

Donde:

VFT = Volumen fuste total (m^3)

Vi = Volumen de la sumatoria de todas las trozas comerciales (m^3)

Vp = Volumen de la punta (m^3)

Vt = Volumen del tocón (m^3)

Análisis de la información y selección de modelos matemáticos

Con los volúmenes de toda la muestra, se practicó un análisis de regresión y correlación para contar con una base estadística para decidir si existe una asociación significativa entre el diámetro, la altura y el volumen, así como observar su comportamiento y de acuerdo a su tendencia probar los modelos que permitan predecir el volumen de un árbol en pie con un nivel de confiabilidad aceptable. Para la construcción de las tablas de volumen se emplearon los modelos más utilizados para este fin (Bruce y Schumacher,1965; Alder,1980; Caillez,1980; López,1983; Gaillard,1994; Navar y Domínguez, 1997; Moret *et al*.,1998; Pompa, 1994; Fucaraccio y Staffieri, 1999; Andenmatten y Letourmeau, 2000; Muñoz, 2000; Pece., 2002; Muñoz *et al*., 2003; Anta *et al*., 2004; Velazco *et al*., 2007; Montes de Oca *et al*., 2009 Acosta y Carrillo, 2008; Da Cunha *et al*., 2009) (Cuadro 1).

CUADRO 1
Modelos empleados para elaborar las ecuaciones de volumen para *Pinus michoacana* Martínez y *Pinus michoacana* var. Cornuta Martínez en Michoacán.

Modelo	Forma no lineal	Forma linealizada
Schumacher-Hall	VFU= aD^bA^c	Ln VFU= ln*a* + *b* lnD + *c* lnA
Thornber	VFU= $a(A/D)^b (D^2A)$	Ln VFU=ln*a* +*b*ln (A/D) + ln (D^2A)
Spurr con Variable combinada lineal y no lineal	VFU= $a(D^2A)^b$	VFU= *a* +*b*(D^2A)
Spurr con Variable combinada no lineal y linealizada (forma logarítmica)	VFU= $a(D^2A)^b$	Ln VFU= ln*a* + *b*ln (D^2A)
Korsun	VFU= $a(D+1)^b A^c$	Ln VFU= ln*a* + *b*ln(D+1) + *c*lnA

Donde: VFU= volumen fustal; ln= logaritmo natural; A= altura total del árbol; D= diámetro normal; a,b y c = parámetros del modelo.

Comparación de los modelos

Los estadísticos empleados para la comparación de modelos fueron la probabilidad p>F, el Cuadrado Medio del Error, la distribución de los residuales, el Coeficiente de Determinación Ajustado (R^2 ajustado) en modelos lineales o el Pseudo Coeficiente de Determinación (Pseudo R^2) en modelos no lineales (Anta *et al*., 2004; Da Cunha *et al*., 2009) y el Error Estándar de Estimación (%) comparado con el Índice de Furnival (%)que es una transformación aproximada de la función de verosimilitud; ésta presenta la ventaja de ser sensible tanto al tamaño de los residuos como a la distribución de los mismos y los valores altos se relacionan con los ajustes menos precisos. Además, se consideraron los estadísticos de Durbin Watson y la prueba de ShapiroWilk; la prueba de *t*fue para evaluar la significancia de los coeficientes de regresión y finalmente se utilizóla *F* de Snedecor como estadístico de prueba para comparar la homogeneidad de los modelos.Para facilitar el proceso de selección de la ecuación resultante, se empleó este criterio que toma en consideración todos los estadísticos de selección de las ecuaciones. El Valor Ponderado se determinó atribuyéndose valores o pesos a los estadísticos calculados y se obtiene con la siguiente expresión:

$$VP = \sum_{i=1}^{n} Nri \cdot Pi$$

Donde: *VP* = Valor ponderado de la ecuación; *Nri* = números de registro que obtuvieron el *i-ésimo* puesto; *Pi* = peso del *i-ésimo* puesto.

En este juicio, los estadísticos se ordenaron de acuerdo con su eficiencia. Es decir, se atribuyó el peso 1 para la ecuación más eficiente y pesos crecientes para las demás ecuaciones (ranking), conforme metodología definida por Thiersch (1997, citado por Da Cunha *et al.*,2007). El valor ponderado de una ecuación se obtuvo al multiplicar el número de veces cuantificado para cada puesto por su respectivo peso, donde la ecuación seleccionada fue la que presentó el menor valor ponderado de los criterios estadísticos determinados.

Resultados y discusión

Se determinó analíticamente la influencia de cada una de las observaciones en los estimadores y se excluyeron los árboles muy gruesos y de poca altura, delgados y muy altos que sobrepasan significativamente por exceso o por defecto al volumen de los más representativos de la masa forestal bajo muestreo. En la tabla de residuos atípicos resultante del proceso analítico, el programa Statgraphics Centurión enlista las observaciones que tienen residuos estudentizados mayores a 2 en valor absoluto, los cuales se eliminaron; aun cuando las diferencias en volumen no son amplias, presentan un impacto negativo en los estimadores de los modelos; los residuos estudentizados miden cuántas desviaciones estándar se desvía cada valor observado del logaritmo del volumen del modelo ajustado y la expresión para obtenerlos es: $RSTUDENT = r_i \,/\, \left(s(i)\sqrt{1-h_i}\right)$. Si $RSTUDENT \geq 2$, observar el caso y eliminar la observación.

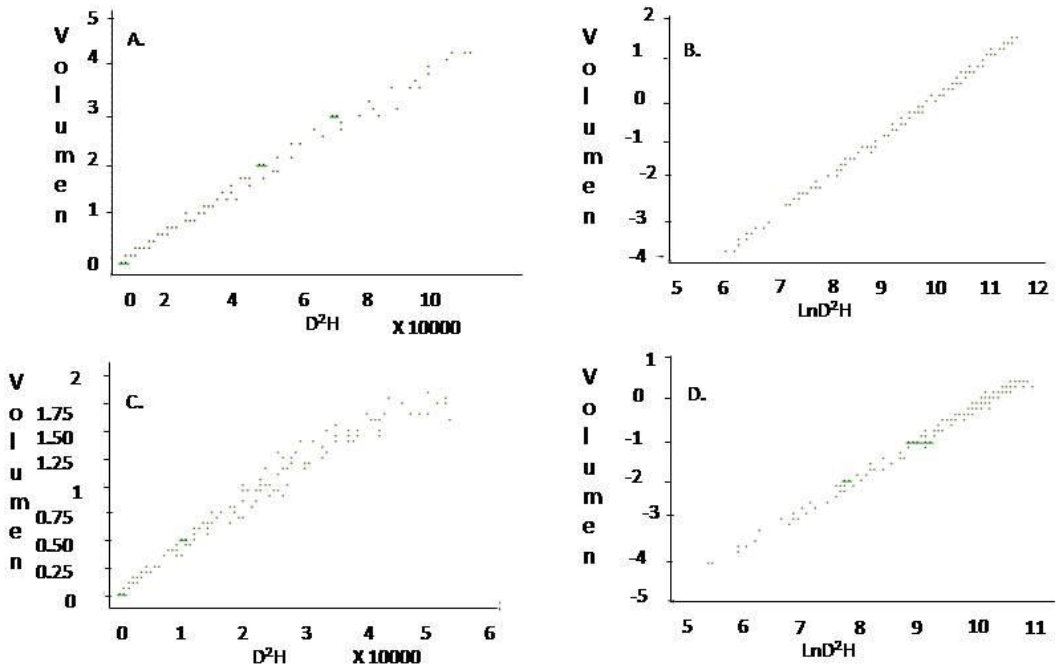

Figura 1. Dispersión de las variables transformadas D^2H-volumen y Log-D^2H para A y B) *P. Michoacana* Mtz. y C y D) *P. Michoacana* var. Cornuta Mtz.

Análisis de correlación

Para verificar la correlación entre las variables y conocer la tendencia de las relaciones entre ellas, se realizó un análisis con las variables diámetro normal, altura total y el volumen; se observó un alto grado de asociación en la relación diámetro-volumen con coeficientes de correlación que variaron de 0.9704 a 0.9756 para *P. Michoacana* Mtz. y *P. Michoacana var. Cornuta* Mtz. respectivamente; con la relación altura-volumen (h-v) y diámetro-altura (d-h) se obtuvo un menor grado de asociación fluctuando entre los 0.8334 a 0.9062 y para d-h varió de 0.8902 a 0.9159 respectivamente. Estos coeficientes indican una asociación significativa entre las variables consideradas. Al Graficar la variable d^2h contra el volumen, se observa una tendencia lineal en los gráficos, semejante a lo reportado por Alder (1980), López (1983), Moret *et al*. (1998) y Couchard *et al.,*(2009) (Figura 1) y una vez verificada la tendencia de los datos transformados a logaritmo natural y los no transformados, se procedió a probar los valores con los modelos matemáticos ensayados y evaluar su ajuste.

Índices estadísticos para la comparación de los modelos

Se emplearon ocho indicadores estadísticos para comparar la bondad de ajuste de los modelos ajustados (Cuadro 2).

CUADRO 2
Estadísticos empleados para comparar cinco modelos matemáticos para generar ecuaciones de volumen de dos especies de pino en Michoacán.

Modelo	G.L.	CME	F cal.	P> F	R^2 Ajust.	EEE % y Furnival %	D.A.%	PDM%	Índice de Furnival
Pinus michoacana Mtz. Ario de Rosales									
Schumacher-Hall	153	0.00306	52344.9	<.0001	0.999	5.53	0.01	0.15	0.0214
Thornber	153	0.00306	52344.9	<.0001	0.999	5.53	0.01	0.15	0.0214
Spurr Var. Combinada logarítmica	153	0.00331	96846.0	<.0001	0.998	5.75	0.61	0.16	0.0222
Spurr Var. Combinada aritmética	153	0.00625	34178.1	<.0001	0.996	11.99	0.52	6.77	0.6591
Korsun	153	0.00325	49353.8	<.0001	0.998	5.81	0.41	0.16	0.0220
Pinus michoacana var. Cornuta Mtz.Taretan									

CUADRO 2
Estadísticos empleados para comparar cinco modelos matemáticos para generar ecuaciones de volumen de dos especies de pino en Michoacán.

Modelo	G.L.	CME	F cal.	P> F	R^2 Ajust.	EEE % y Furnival %	D.A.%	PDM%	Índice de Furnival
Schumacher-Hall	153	0.01018	11004.6	<.0001	0.993	10.09	0.37	0.59	0.0447
Thornber	153	0.01018	11004.6	<.0001	0.9932	10.09	0.37	0.59	0.0447
Spurr Var. Combinada logarítmica	153	0.01016	22041.4	<.0001	0.993	10.08	0.27	0.60	0.0447
Spurr Var. Combinada aritmética	153	0.00947	4864.20	<.0001	0.970	16.12	1.76	1.38	0.0973
Korsun	153	0.01036	10811.8	<.0001	0.993	10.18	0.02	0.56	0.0451

GL=Grados de libertad;CME = Cuadrado Medio del Error;F cal = F calculada; p>F = Probabilidad mayor que F;R^2ajust. = Coeficiente de determinación Ajustado; EEE (%) = Error Estándar de Estimación (%).

La varianza del error (CME) es la variabilidad observada en la variable dependiente, se prefiere el modelo que presente el menor CME, en Ario de Rosales los modelos de Schumacher-Hall y Thornber presentaron los menores valores (0.00306) y en Taretan, el Spurr con variable combinada aritmética logró el menor CME(0.00947).

La F calculada permite evaluar si su valor en el análisis de varianza es suficientemente grande ($p<0.05$) para inferir que el efecto de las variables independientes diámetro y altura es significativo sobre la variable dependiente que es el volumen (Caballero, 1973; Alder, 1980). En Ario de Rosales y Taretan, los mayores valores fueron para el modelo de Spurr con variable combinada logarítmica (96846.0 y22,041.4 respectivamente). En regresión se calcula p>F para verificar que las variables se relacionan en forma lineal de manera significativa y se realiza la prueba de hipótesis estadística donde se establece que el valor de F debe ser menor de 0.05; en el presente estudio, todos los análisis arrojaron una p>F menor a 0.0001 y sugieren una asociación altamente significativa entre el volumen y las variables independientes y muestran que los modelos probados contribuyen a estimar con precisión la variable dependiente (Pompa *et al*., 1998).

La R^2 ajustada (R^2aj) es una medida del ajuste de la ecuación de regresión a los datos muestrales, en donde los mejores valores de relación entre variables es la cercana a la unidad e indica el porcentaje de la variación que es explicado por la regresión (Triola, 2009). Con todos los modelos y localidades, la R^2 aj fue altamente significativa con índices deseables, los valores fluctuaron entre 0.996 y 0.97. Moret *et al*. (1997) para teca y Montes de Oca *et al.* (2009) para *P. duranguensis* obtuvieron un valor de R^2 aj con el modelo de la variable combinada logarítmica de 0.9852 y 0.9472. Pece *et al.* (2002) y Muñoz (2000) con álamo y

Eucalyptus camaldulensis el mayor valor lo obtuvieron con el modelo de Schumacher-Hall (0.9882 y 0.945 en ese orden). Corral y Radilla (1996) para *P. cooperi* y *P. duranguensis* obtuvieron con las ecuaciones de Spurr con variable combinada logarítmica y Schumacher-Hall índices de 0.96 y 0.97 respectivamente. Con los mismos modelos Da Cunha y Guimaraes (2009) con *Pinus taeda* obtuvieron 98.5 y 98.6; los valores observados son inferiores a los obtenidos en este estudio con los modelos con variable dependiente transformada y solo similares con los obtenidos por Acosta y Carrillo (2008) con *Pinus montezumae* en el estado de Hidalgo.

El error estándar es una medida de la desviación estándar de la distribución muestral e identifica la proporción de volúmenes reales que diferirán de los volúmenes estimados y el Índice de Furnival es mejor mientras menor sea su valor (Loján, 1967; Pompa *et al*., *op.cit*.; Da Cunha y Guimaraes, 2009; Triola, 2009). Para comparación de los modelos logarítmicos con el aritmético se emplearon el índice de Furnival y el error estándar de estimación expresados en porcentaje según la propuesta de Meyer (citado por Hozokawa y Souza, 1989). En Ario de Rosales, las menores desviaciones se presentaron con los modelos logarítmicos (5.53 a 5.81%); en Taretan, el menor valor también se presentó con los modelos logarítmicos (10.08 a 10.18%) (cuadro 2).

Cuando el valor de la Desviación Agregada(DA) es menor a ± 1, indica que la ecuación está bien ajustada (Loján, 1967; Romahn*et al*., 1994) de lo contrario la tabla tiene errores de estimación muy altos. En Ario de Rosales, las menores desviaciones (0.01) las presentaron los modelos de Spurr con variable combinada logarítmica y con un índice muy cercano el de Korsun; en Taretan, el modelo de Spurr con variable combinada logarítmica obtuvo el menor valor pero muy cercano al logrado por Korsun.

Respecto al porcentaje medio de la desviación (PMD), según Romahn *et al*.(*op. Cit*.) debe ser menor a 5%. En Ario de Rosales, con lo s cinco modelos se cumplió con este índice PMD, pero en Taretan los valores del modelo de Spurr con variable combinada aritmética superan al valor deseable y los otros cuatro modelos presentan valores bastante cercanos entre sí pero siempre menores a la unidad.

El Índice de Furnival (IF) es una transformación que presenta la ventaja de ser sensible tanto al tamaño de los residuos como a la distribución de los mismos, correspondiendo valores altos de este Índice con los ajustes menos precisos (González, 1989, citado por Da Cunha, *op.cit.*). En las dos localidades, los modelos de Schumacher-Hall, Thornber, Spurr con variable combinada logarítmica y Korsun presentaron un IF de valores cercanos entre sí (Ario de Rosales: 0.0214 a 0.0222 y Taretan: 0.0447 a 0.04451).

La distribución gráfica de los residuales en ambas localidades fue aceptable con los modelos ensayados excepto con el de Spurr con variable combinada aritmética (Figuras 2 y 3). El análisis confirma los supuestos del modelo, la no existencia de multicolinealidad, los errores no están correlacionados, están normalmente distribuidos y el error tiene varianza uniforme (Alder, *op. cit*.; Da Cunha y Guimaraes, 2009) además de poder examinar visual-

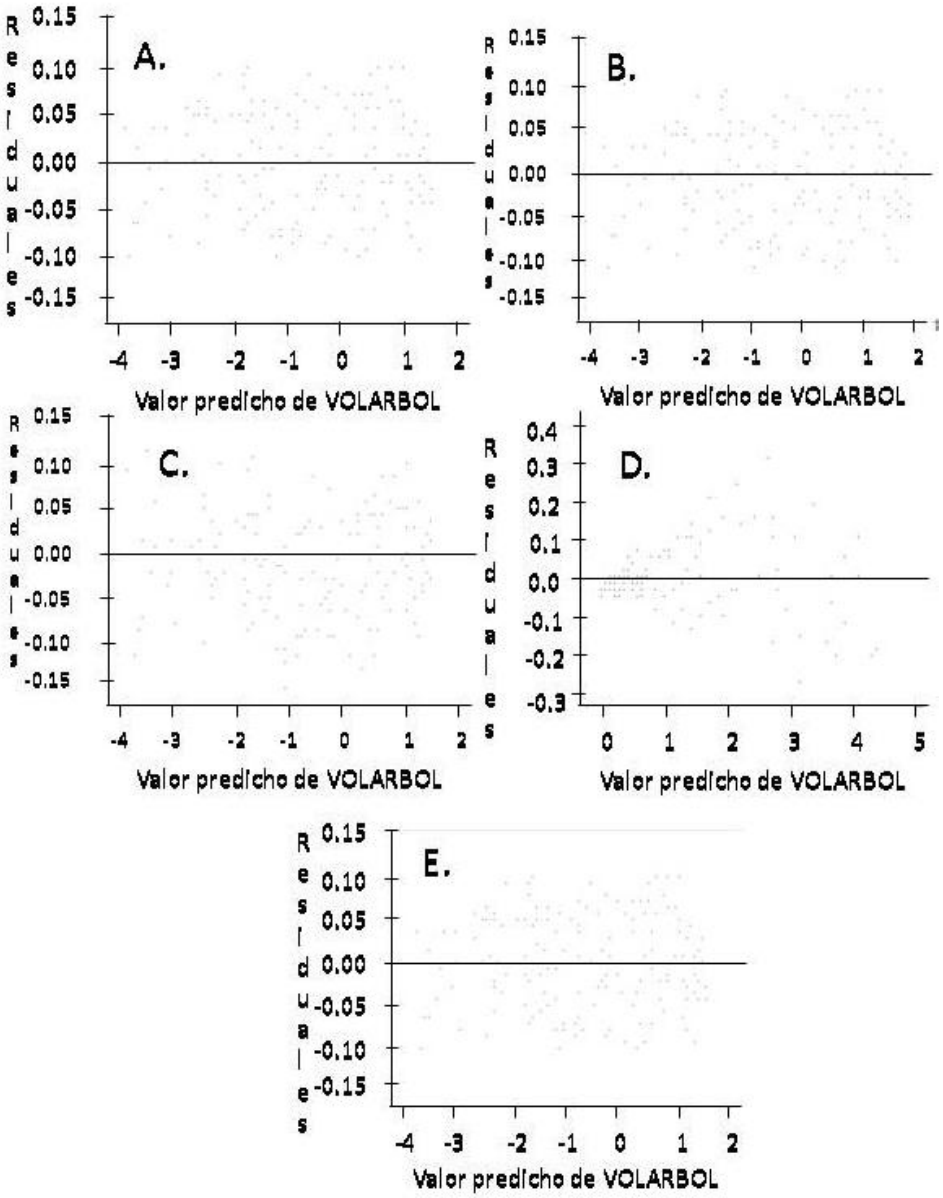

Figura 2. Distribución de residuales para *Pinus michoacana* Martínez, en Ario de Rosales: A). Shumacher-Hall, B). Thornber, C). Spurr con Variable combinada logarítmica, D). Spurr con variable combinada aritmética, E). Korsun.

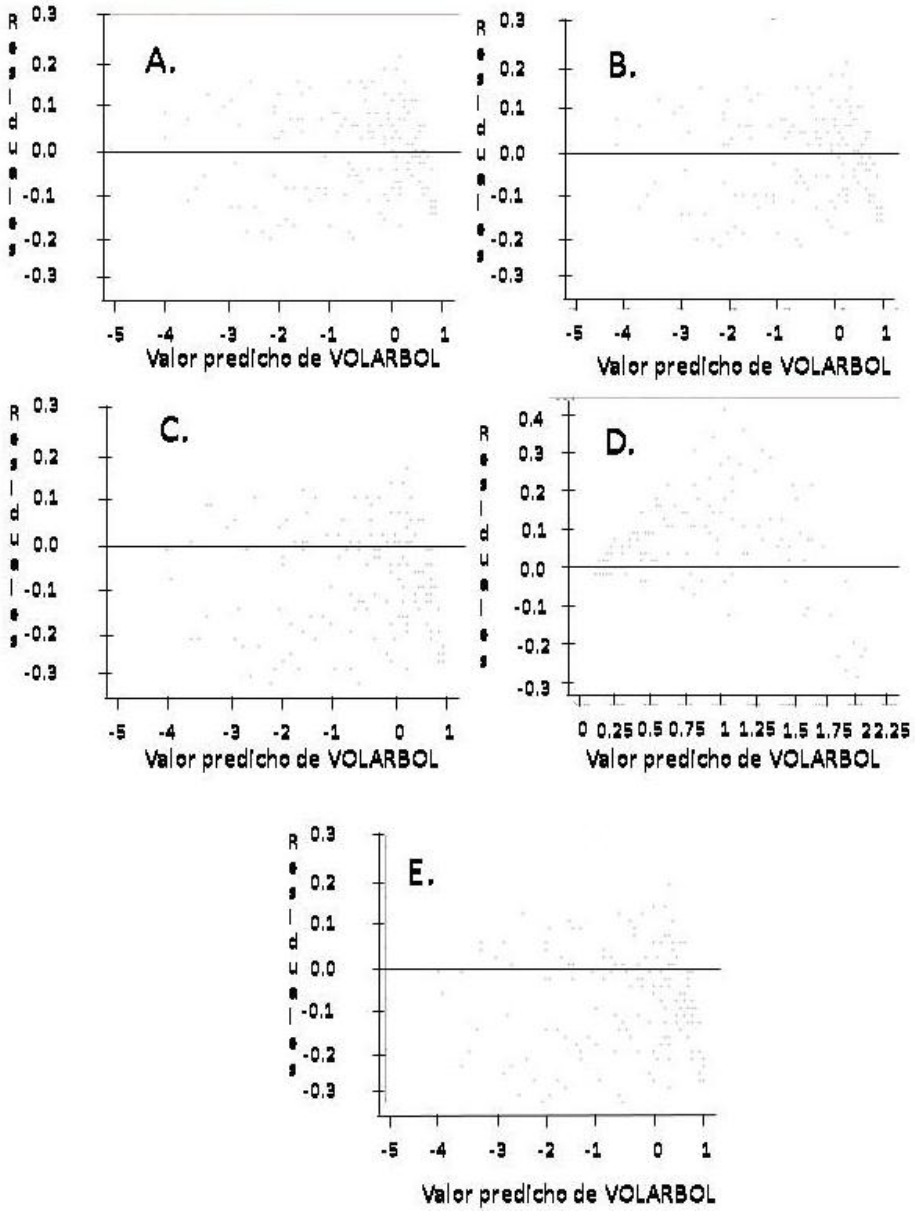

Figura 3. Distribución de residuales para *Pinus michoacana* var. Cornuta Mtz., en Taretan A). Shumacher-Hall, B. Thornber, C). Spurr con Variable combinada logarítmica, D). Spurr con Variable combinada aritmética, E). Korsun.

CUADRO 3

Criterios de bondad de ajuste de los modelos matemáticos evaluados para obtener ecuaciones de volumen fustal para dos especies de pino, en Michoacán.

Modelo	Durbin-Watson	Shapiro-Wilk		β_0			β_1			β_2		
		Valor	P > 0.05	Coeficiente	Valor de de t	Prob. De t	Coeficiente	Valor de t	Prob. De t	Coeficiente	Valor de t	Prob. De t
***Pinus michoacana* Martínez Ario de rosales**												
Schumacher-Hall	1.47	0.969792	0.0019	-9.52824	348.05	<.0001	1.97601	84.74	<.0001	0.86301	37.05	<.0001
Thornber	1.47	0.969792	0.0019	-9.52824	348.05	<.0001	-0.08333	3.63	0.0004	0.94634	322.72	<.0001
Spurr Var. Comb. Logarítmica	1.50	0.988646	0.2513	-9.51866	336.01	<.0001	0.94699	311.20	<.0001			
Spurr Var. Comb. Aritmética	1.38	0.870391	<0.0001	0.03612	4.34	<.0001	0.00004040	184.87	<.0001			
Korsun	1.43	0.983106	0.0579	-9.91773	329.11	<.0001	2.03903	82.24	<.0001	0.89483	37.85	<.0001
***Pinus michoacana* var. Cornuta MtzTaretán**												
Schumacher-Hall	1.56	0.983111	0.0612	-9.34152	152.58	<.0001	1.80765	41.21	<.0001	0.97062	17.63	<.0001
Thornber	1.56	0.983111	0.0612	-9.34152	152.58	<.0001	0.04453	0.88	0.3792	0.92609	123.30	<.0001
Spurr Var. Combinada Logarítmica	1.54	0.985075	0.1030	-9.32471	160.39	<.0001	0.92237	148.46	<.0001			
Spurr Var. Combinada Aritmética	0.89	0.928479	<0.0001	0.06850	5.42	<.0001	0.00003673	69.74	<.0001			
Korsun	1.55	0.983415	0.0663	-9.73372	156.48	<.0001	1.86599	40.82	<.0001	1.01386	18.57	<.0001

mente la forma de las relaciones y corroborar la homocedasticidad o heterocedasiticidad de los residuales (Prodan *et al*., 1997).

Los estadísticos empleados para validar las ecuaciones obtenidas se presentan en el cuadro 3. El estadístico de Durbin Watson sirve para verificar la existencia o no existencia de autocorrelación de los errores indica que en Ario de Rosales, los valores más próximos a 2, se obtuvieron con los modelos logarítmicos (1.43 a 1.50); en Taretan, los modelos logarítmicos fueron los más cercanos a dos (1.54 a 1.56).

La pruebade Shapiro-Wilk indica el supuesto de normalidad de los errores cuyo valor debe ser mayor a 0.05 para ser significativo, en Ario de Rosales solamente los modelos de Spurr con variable combinada logarítmica (p=0.2513) y Korsun (p=0.0579) lograron la significancia requerida y en Taretan el mayor valor significativo fue logrado por el modelo de Spurr con variable combinada logarítmica (p=0.1030), seguido de los modelos de Korsun (p=0.0663), Schumacher-Hall y Thornber (p=0.0612).Para verificar la existencia o no de autocorrelación de los errores, se empleó la prueba de Durbin Watson (DW) donde los valores próximos a 2 son deseables; en Ario de Rosales y Taretan,el estadístico fue mayor con los modelos logarítmicos (1.43 a 1.56).

CUADRO 4
Ecuaciones de regresión linealizadas por especie y localidad.

Pinus michoacana Martínez en Ario de Rosales	
Modelo	**Ecuación**
Schumacher-Hall	$V= 0.0000727676\ D^{1.97601}\ H^{0.86301}$
Thornber	$V= 0.0000727676\ (H/D)^{-0.08333}\ (D^2\ H)^{0.94634}$
Korsun	$V= 0.0000492929\ (D+1)^{2.03903}\ (H)^{0.89483}$
Spurr con Var. Combinada no lineal	$V= 0.0000734680\ (D^2H)^{0.94699}$
Spurr con Var. Combinada Aritmética	$V= 0.03612+ 0.0000404\ (D^2H)$
Pinus michoacana var. Cornuta Mtz., en Taretan	
Schumacher-Hall	$V= 0.000087706\ D^{1.80765}\ H^{0.97062}$
Thornber	$V= 0.000087706\ (H/D)^{0.04453}\ (D^2\ H)^{0.92609}$
Korsun	$V= 0.000059251\ (D+1)^{1.86599}\ (H)^{1.01386}$
Spurr con Var. Combinada no lineal	$V= 0.00008919\ (D^2\ H)^{0.92237}$
Spurr con Var. Combinada Aritmética	$V= 0.0685+ 0.00003673\ (D^2H)$

La significancia de los coeficientes se verificó con una prueba parcial de t(α= 0.05)(Linnell,1996; Draper y Smith,1998). En Ario de Rosales, los coeficientes β_0, β_1 y en su

caso β_2 de todos los modelos son significativos ($p \leq 0.05$); en Taretan, solo el coeficiente β_1 del modelo de Thornber no mostró la significancia requerida ($p=0.3792$)por lo que se descarta el empleo de este modelo.

En el Cuadro 4, se presentan las ecuaciones obtenidas en las dos localidades para *P. Michoacana* Mtz. y *P. Michoacana var. Cornuta* Mtz., y en las Figuras 4 y 5, se presenta la distribución de los volúmenes estimados respecto a los muestrales, donde se observa la aceptable relación entre ambos volúmenes.

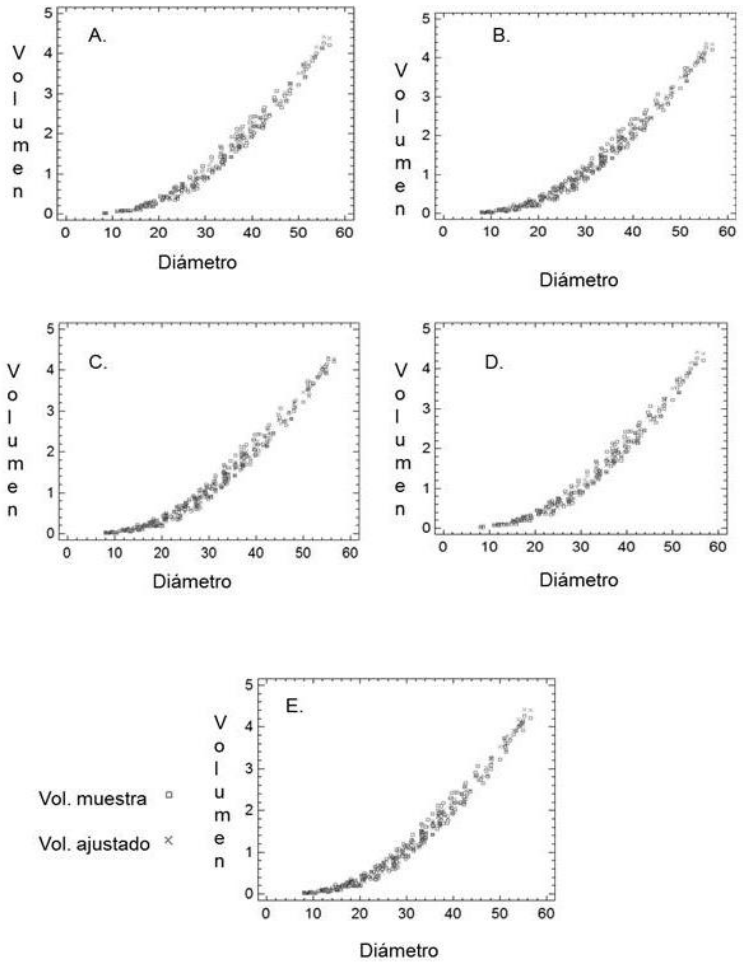

Figura 4. Comparación gráfica de volúmenes reales y volúmenes predichos para *Pinus michoacana* Martínez en Ario de Rosales A). Shumacher-Hall, B). Thornber, C). Spurr con variable combinada logarítmica, D). Spurr con variable combinada aritmética, E). Korsun.

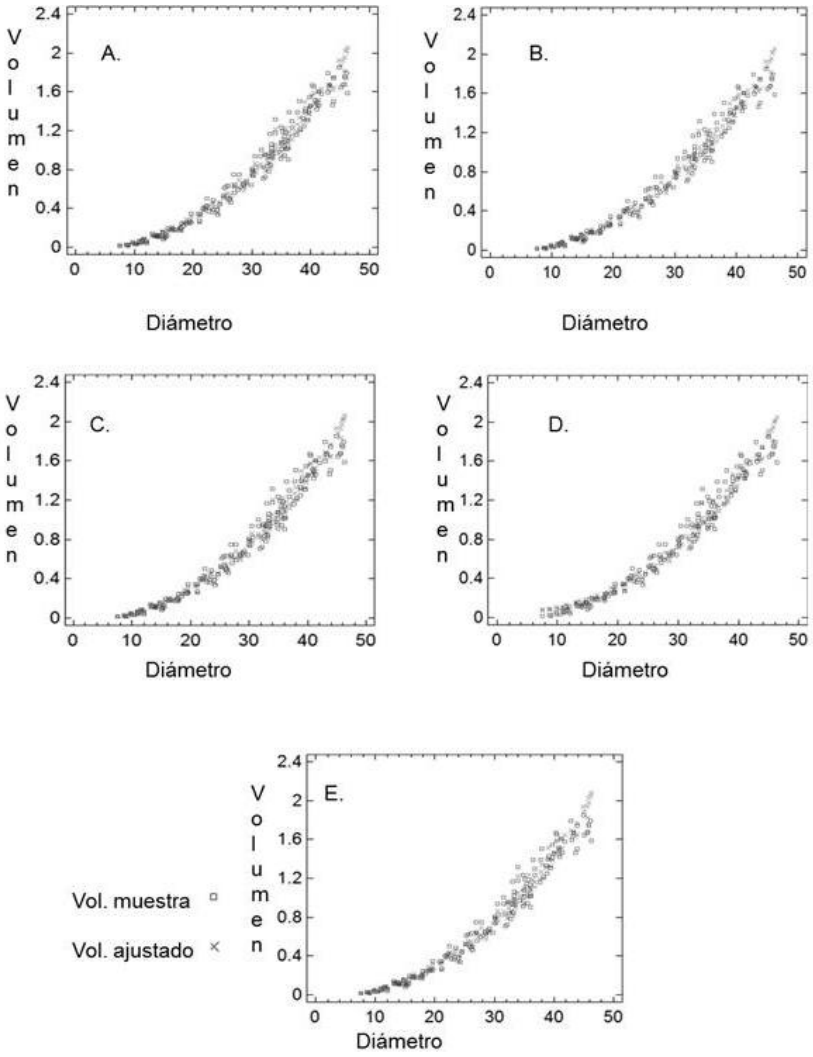

Figura 5. Comparación gráfica de volúmenes reales y volúmenes predichos para *Pinus michoacana* var. cornutaMtz. en Taretán A). Shumacher-Hall, B).Thornber, C). Spurr con variable combinada logarítmica, D). Spurr con variable combinada aritmética, E). Korsun.

Selección de modelos por valores ponderados

El valor ponderado se obtuvo asignando valores de uno a cinco para cada parámetro estadístico en cada localidad y especie, considerando el menor valor de la SCE y del CME, el mayor índice de la F calculada, la más alta R^2 Ajustada, los menores EEE-Furnival en %,

DA% y PMD %, el más bajo Índice de Furnival, el valor más cercano a 2 como se señala para el estadístico de Durbin Watson y la mayor significancia en la prueba de Shapiro Wilk (Cuadro 5).

CUADRO 5
Valor ponderado de los estimadores utilizados para determinar el volumen fustal de tres especies de pino en tres localidades.

Modelo	CME	F calc.	R^2Ajust	EEE % y Furnival %	D.A.%	PMD%	Furnival	Durbin-Watson	Shapiro-Wilk	Total
Schumacher-Hall	1	2	1	1	1	1	1	2	3	13
Thornber	1	2	1	1	1	1	1	2	3	13
Spurr Var. Combinada logarítmica	3	1	2	2	3	2	2	1	1	17
Spurr Var. Combinada aritmética	4	4	3	4	4	3	3	4	4	33
Korsun	2	3	2	3	2	2	2	3	2	21
Pinus michoacana Taretan										
Schumacher-Hall	3	3	1	2	3	3	1	1	3	20
Thornber	3	3	1	2	3	3	1	1	3	20
Spurr Var. Combinada logarítmica	2	2	1	1	2	2	1	3	1	15
Spurr Var. Combinada aritmética	1	1	2	4	4	4	3	4	4	27
Korsun	4	4	1	3	1	1	2	2	2	20

En Ario de Rosales, los modelos de Schumacher-Hall y Thornber lograron la menor puntuación (13) seguidos de Spurr con variable combinada logarítmica (17), Korsun (21) y Spurr con variable combinada aritmética (33), sin embargo solamente los modelos de Spurr con variable combinada logarítmica y Korsun lograron significancia con el estadístico de ShapiroWilk y el resto se descartaron.

En Taretan, el modelo de Spurr con variable combinada logarítmica logró el menor puntaje (15), seguido de los modelos de Schumacher-Hall, Thornber y Korsun (20) y Spurr con variable combinada aritmética (27), sin embargo el modelo de Thornber no logró la significancia del coeficiente β_1, por lo que es recomendable desestimar su utilización.

La decisión final para la selección de los mejores modelos después del análisis global de los criterios empleados, resultó que en Ario de Rosales, los modelos de Spurr con variable combinada logarítmica y Korsun cumplieron satisfactoriamente con los diversos índices

estadísticos empleados, sin embargo, se recomienda utilizar el modelo de Spurr por tener menor número de coeficientes y mayor simplicidad del modelo (Caillez, 1980, Velasco *et al*., 2007) y por presentar mayor facilidad de cálculo para estimar el volumen fustal con corteza de los árboles, esto concuerda con los resultados obtenidos en el estado de Hidalgo con *Pinusmontezumae* por Acosta y Carrillo (2008) y Da Cunha y Guimaraes (2009) que ensayaron 15 modelos para estimar el volumen de *P. taeda*.

Para Taretan, los modelos que mejores resultados proporcionaron fueron los de Spurr con variable combinada logarítmica y Schumacher-Hall que presentaron índices similares en R^2Aj, CME, y SCE, pero la F calculada fue más robusta con el modelo de Spurr, pero se pueden emplear indistintamente los dos modelos; según Fucaraccio y Staffieri (1999) en Argentina el 6 y 8.5% de las tablas preparadas en Argentina provienen de los modelos mencionados.

CUADRO 6
Tabla de volúmenes para *Pinus michoacana* Martínez en Ario de Rosales con el modelo de Spurr con variable combinada no lineal ($V=0.0000734475\ (D^2H)^{0.94701}$).

D/H	5	10	15	20	25	30	35
10	0.026424	0.050941	0.074786834	0.098207	0.121315	0.144178	0.166838
15	0.056952	0.109795	0.161190139	0.211668	0.261473	0.31075	0.359591
20	0.098207	0.189327	0.277952087	0.364994	0.450877	0.535849	0.620069
25	0.14986	0.288908	0.424146186	0.556969	0.688025	0.817689	0.946206
30	0.211668	0.408062	0.59907785	0.786682	0.971789	1.15493	1.336453
35	0.283433	0.546415	0.802193508	1.053404	1.301271	1.546506	1.789573
40	0.364994	0.703652	1.033034274	1.356533	1.675727	1.991531	2.304544
45	0.456213	0.879508	1.291209121	1.695557	2.094523	2.489253	2.880494
50	0.556969	1.073751	1.576377971	2.070027	2.557107	3.039014	3.516663
55	0.667157	1.286177	1.888240355	2.479551	3.062992	3.640237	4.212381
60	0.786682	1.516601	2.226527449	2.923774	3.611741	4.292403	4.967048
65	0.915457	1.764859	2.590996268	3.402378	4.202961	4.995042	5.780124
70	1.053404	2.030801	2.981425311	3.915071	4.836292	5.74773	6.651112

El modelo de Spurr con variable combinada aritmética se descartó por carecer de varianza constante (residuales en forma de embudo) aun cuando presenta estadísticos significativos en las dos localidades; esta situación difiere de los resultados obtenidos por

Andenmatten y Letourneau (2000), Lores *et al.* (s/f) y Arteaga (2000) quienes obtuvieron resultados más satisfactorios con el modelo aritmético sobre el logarítmico.

Construcción de las tablas de volumen

Las tablas de volumen con las mejores ecuaciones de cada localidad se muestran en los Cuadros 6 y 7.

CUADRO 7
Tabla de volumen para *Pinus michoacana* var. Cornuta Mtz.,en Taretan con el modelo de Schumacher
$V=0.0000728324\ D^{1.96773}\ H^{0.087162.}$

D/H	5	10	15	20	25	30	35
10	0.027616	0.050229	0.071273234	0.091359	0.11076	0.129634	0.148079
15	0.061535	0.111922	0.158812452	0.203567	0.246798	0.288853	0.329953
20	0.108644	0.197604	0.280391436	0.359408	0.435735	0.509984	0.582549
25	0.168849	0.307108	0.43577258	0.558577	0.677201	0.792596	0.905373
30	0.242082	0.440306	0.624773836	0.800841	0.970913	1.136357	1.298047
35	0.328284	0.597093	0.847247624	1.08601	1.316643	1.540999	1.760265
40	0.427408	0.777382	1.103069882	1.413925	1.714197	2.006296	2.291768
45	0.539412	0.981098	1.392133622	1.78445	2.163409	2.532053	2.892335
50	0.664259	1.208174	1.714344828	2.197463	2.664133	3.1181	3.56177
55	0.801918	1.458552	2.06961966	2.652857	3.216238	3.764284	4.299898
60	0.952359	1.732178	2.457882489	3.150536	3.819608	4.470468	5.106564
65	1.115555	2.029004	2.879064437	3.690411	4.474135	5.236526	5.981623
70	1.291482	2.348984	3.333102285	4.272401	5.179721	6.062343	6.924944

Homogeneidad de los modelos

La información de los volúmenes de los árboles de *Pinus michoacana* proceden de Ario de Rosales y de Taretan, en ambas localidades el modelo de Spurr con variable combinada logarítmica resultó el de mejor ajuste y en virtud de que el valor de los coeficientes de regresión son semejantes, se evaluó la posibilidad de emplear un solo modelo para predecir el volumen fustal del *P. michoacana* para las dos localidades; los resultados de la prueba de *F* (Zamudio, 1990, citado por Madrigal *et al*.,2003) fueron:

$$F_c = \frac{SCE - (SCE_1 - SCE_2)}{r\left[\frac{SCE_1 + SCE_2}{N_1 + N_2 - 2(r)}\right]} = \frac{546.78 - (321097 + 225.5432)}{2\left[\frac{321097 + 225.5432}{153 + 153 - 2(2)}\right]} = \frac{0.13984}{3.620134} = 0.038628$$

Reglas de decisión:

$[F_c] < F_{\alpha,r} N_1 + N_2 + N_3 - 2r$ para un solo modelo

$[F_c] > F_{\alpha,r} N_1 + N_2 + N_3 - 2r$ para usar más de un modelo

En virtud de que el valor calculado ($F_c = 0.038628$) es menor que el tabular $F_t = 0.05, 2,303\, gl = 3.03$, se concluye que los modelos son estadísticamente semejantes, por lo tanto, las ecuaciones evaluadas pueden ser de aplicación indistinta en los municipios de donde procede la información de campo.

Conclusiones

De acuerdo con los resultados obtenidos se concluye que el tamaño de muestra empleado en las dos localidades estudiadas se encuentra dentro de los límites recomendados para dar confiabilidad a los resultados obtenidos en el presente trabajo.

Se confirma que el diámetro y la altura son buenos predictores del volumen y se corrobora que las ecuaciones y tablas de volumen son una herramienta fundamental para la estimación de los volúmenes reales de los bosques lo que resultará en consecuencia en una adecuada conducción de los aprovechamientos forestales en las localidades y con las especies estudiadas.

De los modelos probados, para *P. michoacana* Martínez en Ario de Rosales se propone el modelo de Spurr con variable combinada logarítmica, para la *P. michoacana* var. cornuta Mtz., en Taretan se proponen los modelos de Schumacher-Hall y el de Spurr con variable combinada logarítmica de manera indistinta puesto que tales modelos presentaron el mejor ajuste para los valores observados y estimados del volumen fustal con corteza en los rodales de las localidades estudiadas.

Se sugiere utilizar los modelos para estimar el volumen de árboles dentro de los límites en los cuales se elaboraron los modelos y realizar una readecuación de las expresiones tabuladas conforme se ejecuten las intervenciones silvícolas a las masas arboladas y se estime que ha habido un cambio en la conformación de los fustes de los árboles.

Las ecuaciones de volumen obtenidas para *P. michoacana* en Ario de Rosales y Taretan, son estadísticamente similares y pueden emplearse indistintamente.

Bibliografía

Acosta, M.M. y F. Carrillo A. 2008. Tabla de volumen total con y sin corteza para *Pinusmontezumae*Lamb. En el estado de Hidalgo. Folleto Técnico No.7. INIFAP.Campo Experimental Pachuca. Pachuca, Hidalgo. 20p.

Alder, D. 1980.Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento con referencia especial a los trópicos. Vol. 2 Predicción del rendimiento. Estudio FAO: Montes 22/2. Roma. 80 p.

Andenmatten,E. y F. Letourneau. 2000.Pino ponderosa (*Pinus ponderosa*) (Dougl.)Laws). Tabla de volumen estándar de aplicación en la región andina de Río Negro y Chubut. Instituto Nacional de Tecnología Agropecuaria. Comunicación Técnica No. 17. Área Forestal, Silvicultura. 8 p.

Anta, B.M., J.G. Álvarez G. y J. Díaz Maroto H.2004. Elaboración de una tarifa con clasificación de productos para *Quercus robur* L. en Galicia basada en un modelo de volumen porcentual. InvestAgrar: SistRecurFor 13(3), 506-517.

Armendáriz, O. R.; A. Quiñones Ch.; M. Cano R.; P. Juárez T.; H. Rubio A. y J. Rentería A. 2003. Tablas de volúmenes para *Pinus herrerae* y *P. duranguensis* en el ejido Monterde, municipio de Guazapares, Chihuahua. Folleto Técnico 21. Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias. Chihuahua, Chihuahua. 20p.

Bruce, D. y F.X. Schumacher. 1965. Medición Forestal. Ed. Herrero.474 p.

Caballero, D.M. 1973. Estadística práctica para dasónomos.SAG, SFF, Dirección General del Inventario Nacional Forestal. Publicación Especial Número 26.195 p.

Caillez, F. 1980. Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento con referencia especial a los trópicos.Vol.1. Estimación del volumen.FAO,Roma.92 p.

Carrillo A. F., Acosta M. M., Tenorio G. G. y Becerra L. F. 2004. Tablas de volúmenes para *Pinus patula* Schl. *Et* Cham. En el estado de Hidalgo. INIFAP, Pachuca Hidalgo. 15 p.

Corral, R.S. y Radilla, C.J.L. (1996). Construcción de un sistema de cubicación para dos especies de pino (*Pinus cooperi var. Ornelassi* Mart. Y *Pinus durangensis* Mart.) en el ejido de San Pablo, Municipio de Pueblo Nuevo. Durango. Tesis profesional de Instituto Tecnológico Forestal No 1, El Salto P.N. Durango.

Couchard, L., R. Sbrancia, A. Medina y A. Rabino.2009. Funciones de volumen total para *Prosopis caldenis* (Burk) Argentina. Quebracho Vol. 17b (1,2) 41-51.

Cumplido, O. R. 2002. Tablas de volumen e incrementos para tres especies del género *Pinus* de tres predios del Estado de Chihuahua, México. Tesis de Licenciatura. Universidad Autónoma Chapingo. División de Ciencias Forestales. Chapingo, México. 114 p.

Da Cunha, T.A. y C.A. Guimaraes F. 2009. Modelo de regresion para estimar el volumen total con corteza de árboles de *Pinus taeda* L. en el sur de Brasil. Kuru: Revista forestal (Costa Rica) 6(16), 15 p.

Da Cunha, T.A., J.O. Vargas M. y M. Escalier H. 2009. Ajuste y selección de modelos de regresión para estimar el volumen total de árboles. FOMABO. Documento Técnico No. 5. Bolivia. 28 p.

Draper, N.R. y H. Smith. 1998. Applied regression analysis. John Wiley & Sons. 243 p.

Fucaraccio, F. y G.M. Sttafieri. 1999. Desarrollo y uso de ecuaciones de volumen y tablas de volumen en la República de Argentina. Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales, Universidad Nacional de la Plata. 29p.

Gaillard, de B.C.1994. Funciones para estimar el volumen comercial de árboles en dependencia del diámetro y la altura total en cuatro especies de bosque Chaqueño Seco. Quebracho No. 2. pp: 71-74.

Hozokawa, R.T. y A.L.Souza. 1989. Aplicaciones de relaciones hipsométricas y ecuaciones de volumen en manejo. Brasilia. ABEAS. 43 p.

Instituto Nacional de Estadística Geografía e Informática (INEGI) 1985. Síntesis Geográfica del Estado de Michoacán. INEGI. Secretaría de Programación y Presupuesto. México, D.F. 341 p.

Linnell, A. 1996. Analysis of repeated mesures and time series. An introduction with forestry examples.Working paper. British Columbia Ministry of forests.45 p.

Loestch, F; P. Zohrery K. E. Haller. 1973. Forest Inventory. Vol. II. Trad. por K. F. Panzer. BL Verlagsgesellschaft .Munchen, Germany. 469 p.

López, E.H.A. 1983. Toma de datos, elección de modelos de regresión y pruebas a residuales para elaborar tablas de volúmenes. UMSNH. Tesis Profesional. Uruapan, Michoacán. 77 p.

Lores, P. Y., E. Aldana P. y G. Padilla T. s/f. Factores diamétricos y volumétricos de formas y tabla de volumen de la especie *Calophyllumbra silense* CAMB. Var. *Antillanum* (BRITT.) Standl. VI Simposio Internacional Sobre Manejo Sostenible de Recursos Forestales. Cuba. 10 p.

Montes de Oca, C.E., S. Corral R. y J.A. Nájera L. 2009. Ajuste de ecuaciones de volumen en *Pinus duranguensis* en la Comunidad Las Flechas, Durango, México. Inter Sedes Vol. IX (17-2008) pp:173-180.

Moret, A.Y., M. Jerez y A. Mora. 1998. Determinación de ecuaciones de volumen para plantaciones de teca (*Tectonagrandis* L.) en la Unidad Experimental de la Reserva Forestal Caparo, Estado Barinas-Venezuela. Rev. Forest. Venez. 42(1) pp:41-50.

Muñoz, F.H.J. 2000. Tablas de volumen para *Eucalyptus camaldulensis* Dehnh. Cien. For. En Méx. 25(88):75-92.

Muñoz, F. H.J., S. Madrigal H., J.M. Aguilar R., J. J. García M. y M. Lara R.2003. Tablas de volumen para *Pinus lawsonii* Roezl. y*P. Pringlei* Shaw. En el Oriente de Michoacán. Rev. Cien. For. en Méx.28(94):81-104.

Navar, J.J. y P.A. Domínguez. 1997. Ajuste de modelos de volumen y funciones que describen el perfil diamétrico de cuatro especies de pino plantadas en el nordeste de México. Invest. Agr.: Sist. Recur. For. Vol. 6(1 y 2). pp: 147-162.

Navarro, M. S. A., L. M. Torres E., A. Cano P., S. Valencia M. y E. H. Cornejo O. 2000. Predicción de volúmenes de fuste para *Pinus cembroides* Zucc., en el Sureste de Coahuila. Universidad Agraría Autónoma "Antonio Narro". Foresta-AN. Nota Técnica No. 3. Saltillo, Coahuila. 16 p.

Ortiz, E. J. 1990. Tablas de volúmenes basadas en análisis troncales. Seminario de Titulación. Universidad Autónoma Chapingo. División de Ciencias Forestales. Chapingo, México. 34 p.

Pece, M. G. 2002. Tabla de volumen de doble entrada para álamos de la zona de riego de Santiago de Estero, Argentina. Quebracho 9:95-105

Pompa G., M. 1994. Sistema de cubicación para el género *Pinus* en la UCODEFO No.7 "Norogachi-Guachochi", Chihuahua. Tesis de Maestría. Colegio de Postgraduados, México. 105 p.

Quiñonez, C. A. 2002. Tecnología para la determinación de volúmenes maderables de tres especies de pino del Estado de Durango. Ficha tecnológica. Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias. Durango, Durango. 2 p.

Rodríguez, F. C. y R. Moreno, S. 1982. Elaboración de tablas de volúmenes a través de análisis troncales para *Pinus montezumae* Lamb., en el C.E.F. San Juan Tetla, Puebla. Bol. Téc. Inst. Nal. Invest.For. 90 México. 37 p.

Romahan, De La V. C. F.; H. Ramírez M. y J.L. Treviño G. 1994. Dendrometría. Universidad Autónoma Chapingo. División de Ciencias Forestales. Chapingo, México. 345 p.

Tenorio, G. G. 2003. Tabla de volumen para *Pinus patula* Schl. *Et* Cham. en el Estado de Hidalgo. Tesis de Licenciatura. Universidad Autónoma Chapingo. División de Ciencias Forestales. Chapingo, México. 62 p.

Triola, F.M.2009. Estadística. Pearson Educación. México. 866 p.

Velasco B.E.; S. Madrigal H.; I. Vázquez C.; A. González H.; F. Moreno S. 2006. Manual para la elaboración de tablas de volumen fustal en pino. INIFAP-CONACYT-CONAFOR. Libro Técnico No. 1.Mexico. 34 p.

Velasco B.E.; S. Madrigal H.; I. Vázquez C.; A. González H.; F. Moreno S. 2007. Tablas de volumen con corteza para *Pinus douglasiana* y *P. pseudostrobus* del Sur Occidente de Michoacán. Cien. For. En Méx. 32(101): 93-116.

Zepeda, B. E. M. 1983. Análisis de diez procedimientos para estimar el incremento volumétrico de confieras. Tesis de Licenciatura. Universidad Autónoma Chapingo. División de Ciencias Forestales. Chapingo, México. 636 p.